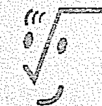
"türev"im sıfır diyenlere

"türev"e sıfırdan başlamak isteyenlere

TÜREV 0 sıfır

Ebru KILIÇDOĞAN



KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve 4 alıştırma sorusu yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir.MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 1

Türev Kuralları

KÖŞETAŞI	KAZANIMLAR
1.	Doğrusal fonksiyonların türevini alır.
2.	Polinom fonksiyonların türevini alır.
3.	Köklü fonksiyonların türevini alır.
4.	Negatif kuvvetli fonksiyonların türevini alır.
5.	Toplama veya fark durumunda bulunan fonksiyonların türevini alır.
6.	$u(x) \cdot v(x)$ çarpımının türevini alır.
7.	$\frac{u(x)}{v(x)}$ bölümünün türevini alır.
8.	Bileşke fonksiyonun türevini alır.
9.	Bileşke fonksiyonun türevini alır.
10.	$f(x) = [g(x)]^n$ fonksiyonunun türevini alır.
11.	$y = \sin x$ ve $y = \cos x$ fonksiyonlarının türevini alır.
12.	$y = \tan x$ ve $y = \cot x$ fonksiyonlarının türevini alır.
13.	Trigonometrik fonksiyonların n. dereceden kuvvetinin türevini alır.
14.	Bir fonksiyonun tersinin türevini alır.
15.	$y = \arcsin x$ ve $y = \arccos x$ fonksiyonlarının türevini alır.
16.	$y = \arctan x$ ve $y = \operatorname{arccot} x$ fonksiyonlarının türevini alır.
17.	Logaritma fonksiyonunun türevini alır.
18.	Üstel fonksiyonun türevini alır.
19.	Bir fonksiyonun n. mertebeden türevini alır.
20.	Zincir kuralını kavrar.
21.	Parametrik fonksiyonların türevini alır.
22.	Kapalı fonksiyonların türevini alır.
23.	Parçalı fonksiyonların türevini alır.
24.	Mutlak değer fonksiyonun türevini alır.

1.1

köşetaşı

y = 4x + 8 olduğuna göre, y nin x e göre türevini alınız.

açıklamalı çözüm

Bir fonksiyonun bir noktadaki türevi, bu fonksiyonun grafiğine o noktadan çizilen teğetin eğimidir.

y = f(x) fonksiyonunun x değişkenine göre birinci türevi

$f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$ veya $\frac{d}{dx}f(x)$ biçimlerinde gösterilir.

Buna göre, doğrusal fonksiyonun türevi grafiğinin eğimine eşittir.

Yani, y = mx + n fonksiyonu için $y' = \frac{dy}{dx} = m$ dir.

Köşetaşının çözümü:

y = 4x + 8 doğrusunun eğimi m = 4 olduğundan, y nin x e göre türevi de 4 tür.

HATIRLATMA

- *y = mx + n doğrusunun eğimi x in katsayısı olan m dir.*
- *ax + by + c = 0 doğrusunda y yi yalnız bırakırsak x in katsayısı eğimi verir. Bu da $-\frac{a}{b}$ dir.*
- *f(x) = c sabit fonksiyonunun eğimi sıfır olduğundan $f'(x) = 0$ olur.*

1. y = 3x + 4

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. 4x + 8y + 5 = 0

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ kaçtır?

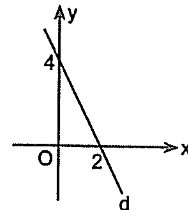
A) 2 B) 1 C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) −1

3. y = 5

olduğuna göre, y′ kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 3 E) 5

4.



Yukarıdaki d doğrusunun denklemi f(x) = mx + n dir.

Buna göre, f′(x) in değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) −1 E) −2

karekök

C D C E

1.2

köşetaşı

$f(x) = 3x^4$ olduğuna göre, $f'(x)$ ve $f'(-1)$ değerlerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$n \in R$ ve $a \in R$ sabit sayı olmak üzere,

$$y = a \cdot x^n \Rightarrow y' = a \cdot n \cdot x^{n-1} \text{ dir.}$$

Kuralımızı aşağıdaki gibi uygulayabiliriz.

1) x in derecesi olan n yi a ile çarparız. (a·n)

2) x in derecesini 1 azaltırız. (n yi n − 1 yapalım.)

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = 3x^4 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot 4 \cdot x^{4-1} = 12 \cdot x^3$,

$f'(-1) = 12 \cdot (-1)^3 = -12$ bulunur.

BİR ÖRNEK DAHA:

$y = t^2$ ise, $\frac{dy}{dx}$ değerini bulalım.

$y = t^2$ ifadesinde x li terim olmadığından y, x e göre sabit bir fonksiyondur. Sabit fonksiyonun türevi 0 olduğundan $\frac{dy}{dx} = 0$ olur.

BOŞLUKLARI DOLDURALIM

Fonksiyon		Türevi
$y = f(x)$	⟶	$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$
x^n	⟶	$n \cdot x^{n-1}$
x^5	⟶	....
$3x^2$	⟶	....
$20x^3$	⟶	....
6	⟶	....

1. $y = 12t^2$

olduğuna göre, y′ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 24x B) 12x C) 6x D) 24 E) 12

2. $f(t) = 4t^5$

olduğuna göre, f′(−1) değeri kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

3. $f(x) = ax^2$ ve $f'(2) = 8$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $f(x) = 3x^3$

$g(x) = mx^2$

$f'(2) = g'(2)$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

karekök

A E D B

köşetaşı

$f(x)=6\cdot\sqrt[3]{x^2}$ **olduğuna göre, $f'(1)$ in değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

Köklü ifadeyi üslü ifadeye çevirdikten sonra köşetaşı 1.2 deki kuralı aynen uygularız.

$$y=a\sqrt[m]{x^n} \Rightarrow y'=a\cdot\frac{n}{m}\cdot x^{\frac{n}{m}-1}$$

HATIRLAYALIM

$$\sqrt[m]{x^n}=x^{\frac{n}{m}}$$

Köşetaşının çözümü:

$f(x)=6\cdot\sqrt[3]{x^2}=6\cdot x^{\frac{2}{3}}$ (Köklü ifade üslü ifadeye çevrildi.)

$f'(x)=6\cdot\frac{2}{3}\cdot x^{\frac{2}{3}-1}=4\cdot x^{-\frac{1}{3}}=\frac{4}{\sqrt[3]{x}}$ (Köşetaşı 1.2 deki kural uygulandı.)

Buna göre,

$f'(1)=\frac{4}{\sqrt[3]{1}}=\frac{4}{1}=4$ bulunur.

1. $y=\sqrt{x}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

D) $\sqrt{x}$ E) $2\sqrt{x}$

2. $y=3\cdot\sqrt[3]{x}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 için değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

3. $f(x)=4\sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $f(m)=9\sqrt[3]{m}$

olduğuna göre, $f'(27)\cdot f(27)$ çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

C | A | C | D

köşetaşı

$y=\frac{5}{x^4}$ **olduğuna göre, y' nin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$y=\frac{5}{x^4}=5\cdot x^{-4}$ olduğundan,

$y'=5\cdot(-4)\cdot x^{-5}=-\frac{20}{x^5}$ bulunur.

HATIRLAYALIM

$\frac{1}{x^n}=x^{-n}$

Örneğin, $\frac{1}{x^2}=x^{-2}$

BİR ÖRNEK DAHA:

$f(x)=\frac{10}{\sqrt{x^3}}$ ise, $f'(x)$ nedir?

$f(x)=\frac{10}{\sqrt[2]{x^3}}=\frac{10}{x^{\frac{3}{2}}}=10\cdot x^{-\frac{3}{2}}$ dir.

$f'(x)=10\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot x^{\left(-\frac{3}{2}-1\right)}=-15\cdot x^{-\frac{5}{2}}=-\frac{15}{x^{\frac{5}{2}}}=-\frac{15}{\sqrt[2]{x^5}}$ bulunur.

1. $f(x)=\frac{4}{x^2}$

olduğuna göre, $f'(-2)$ kaçtır?

A) −2 B) −1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $f(x)=\frac{1}{x^{-10}}$

fonksiyonunun apsisi 10 olan noktadaki türevi kaçtır?

A) 10^9 B) 10^{10} C) 10^{11} D) 10^{12} E) 10^{13}

3. $f(m)=\frac{6}{\sqrt[3]{m^4}}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) −8 B) −6 C) −4 D) −2 E) −1

4. $f(x)=\frac{5}{a^2}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

(Uyarı: fonksiyonun değişkenine dikkat ediniz.)

A) −10 B) −5 C) 0 D) 5 E) 10

D | B | A | C

köşetaşı

$y = 5x^2 - 3x + 1$ olduğuna göre, y′ nin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

Toplamın veya Farkın Türevi

$(u(x) \mp v(x))' = u'(x) \mp v'(x)$

Yukarıdaki özellik der ki; birden fazla fonksiyonun toplamının veya farkının türevi alınırken her birinin ayrı ayrı türevi alınır, aralarındaki işaret korunur.

Köşetaşının çözümü:

$y = 5x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y' = (5x^2)' - (3x)' + (1)' \Rightarrow y' = 10x - 3$ olur.

BİR ÖRNEK DAHA:

$f(x) = \sqrt{x}$ ve $g(x) = \frac{1}{x^2}$

olduğuna göre, $(f + g)'(x)$ nedir?

$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x) = (\sqrt{x})' + \left(\frac{1}{x^2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$

1. $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 4x + 5$

olduğuna göre, f′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 4x + 5$ B) $x^2 - 4$ C) $x - 4$ D) x E) $x - 5$

2. $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{1}{2}$ noktasındaki değeri kaçtır?

A) –12 B) –16 C) –18 D) –20 E) –24

3. **$f(x) = \sqrt{2}x - 100$ fonksiyonu için, $f'(1) + f'(100)$ toplamı kaçtır?**

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

4. $f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(1) = 10$

$a - b = 5$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $5x^2 + 3$ B) $3x^2 - 5$ C) $5x^2 + 4x$ D) $4x^2 - x$ E) $3x^2$

karekök

C	D	E	A

köşetaşı

$y = (2x^2 + 5) \cdot (x^2 - 3x)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 için değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Çarpımın Türevi

u(x) ve v(x) türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,

$y = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow y' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$ tir.

Köşetaşının çözümü:

$y = (2x^2 + 5) \cdot (x^2 - 3x)$ ifadesinde $u(x) = 2x^2 + 5$, $v(x) = x^2 - 3x$ alınırsa

$u'(x) = 4x$ $v'(x) = 2x - 3$

$\frac{dy}{dx} = 4x \cdot (x^2 - 3x) + (2x^2 + 5) \cdot (2x - 3)$

Buna göre,

x = 1 için $\frac{dy}{dx} = 4 \cdot (1 - 3) + (2 + 5) \cdot (2 - 3) = -8 - 7 = -15$ bulunur.

1. $f(x) = (3x - 4) \cdot (2x^2 + 5)$

olduğuna göre, f′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $18x^2 - 16x + 15$ B) $18x^2 - 15x + 16$ C) $16x^2 - 18x$ D) $15x^2 - 16x + 18$ E) $15x^2 - 16x$

2. $y = \sqrt{x} \cdot (2x - 1)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{1}{4}$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

3. $f(x) = (3m - 5) \cdot x^2$

olduğuna göre, f′(–1) aşağıdakilerden hangisidir?

(Dikkat: Çarpım kuralını uygulamadan çözebilirsiniz.)

A) $6m - 10$ B) $3m - 5$ C) $5m - 3$ D) $-6m + 10$ E) $m - 5$

4. $f(x) = (mx + n) \cdot (nx + m)$

olduğuna göre, f′(1) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $m - n$ B) $m + n$ C) $(m + n)^2$ D) $m^2 + n^2$ E) $2m - n$

karekök

A	B	D	C

köşetaşı

$$f(x) = \frac{x^2+5}{3x+2}$$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bölümün Türevi

u(x) ve v(x) türevlenebilen iki fonksiyon ve $v(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$y = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow y' = \frac{u'(x)\cdot v(x) - v'(x)\cdot u(x)}{[v(x)]^2} \text{ dir.}$$

Köşetaşının çözümü:

$$f(x) = \frac{x^2+5}{3x+2}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+5)'\cdot(3x+2) - (3x+2)'.(x^2+5)}{(3x+2)^2}$$

$$= \frac{2x\cdot(3x+2) - 3.(x^2+5)}{(3x+2)^2} = \frac{6x^2+4x-3x^2-15}{(3x+2)^2} = \frac{3x^2+4x-15}{(3x+2)^2}$$

$f'(0) = -\frac{15}{4}$ bulunur.

1. $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{(x-2)^2}$ B) $-\frac{1}{(x-2)^2}$ C) $\frac{1}{(x-3)^2}$

D) $-\frac{1}{(x-3)^2}$ E) $\frac{x-3}{(x-2)^2}$

2. $y = \frac{x^2+x+1}{x}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ **in** $x = -\frac{1}{3}$ **için değeri kaçtır?**

A) −12 B) −10 C) −9 D) −8 E) −6

karekök

3. $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

4. $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

f'(4) = 2, f(4) = 1, g'(4) = 3, g(4) = −1 olduğuna göre, h'(4) değeri kaçtır?

A) −6 B) −5 C) −4 D) −3 E) −2

A | D | A | B

köşetaşı

f(x) ve g(x) türevlenebilen iki fonksiyondur.

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = 3x + 1$ olduğuna göre, (fog)'(1) kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bileşke Fonksiyonun Türevi

$$(fog)'(x) = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

Köşetaşının çözümü:

Önce $(fog)'(x) = f'(g(x))\cdot g'(x)$ değerini bulalım.

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = 3x + 1$ olduğundan

$f'(x) = 2x \Rightarrow f'(g(x)) = f'(3x+1)$

$= 2(3x+1)$

$= 6x + 2$ ve $g'(x) = 3$ tür.

Buna göre, $(fog)'(x) = f'(g(x))\cdot g'(x)$

$= (6x+2)\cdot 3$

$= 18x + 6$ olduğundan,

$(fog)'(1) = 18\cdot 1 + 6 = 24$ bulunur.

BAŞKA BİR YOL

(fog)(x) bileşke fonksiyonunu bulduktan sonra da türev alabiliriz.

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = 3x + 1$

$(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(3x+1)$

$= (3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$ dir.

Buna göre,

$(fog)'(x) = 18x + 6$

$(fog)'(1) = 24$ bulunur.

1. $f(x) = 2x - 3$

$g(x) = x + 1$

olduğuna göre, (fog)'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - 1$ B) $2x + 1$ C) $2x$

D) 2 E) 4

2. $f(x) = 2x^3 - 5$ ve $g(x) = x^2 + x$

olduğuna göre, (gof)'(1) değeri kaçtır?

A) −30 B) −25 C) −20 D) −12 E) −10

karekök

3. $f(x) = 2x$

olduğuna göre, (fof)'(10) değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. f ve g türevlenebilen fonksiyonlardır.

$g(4) = 5, \quad g'(4) = 2, \quad f'(5) = 7$

olduğuna göre, (fog)'(4) ifadesinin değeri kaçtır?

(Yol gösterme: $(fog)'(4) = f'(g(4))\cdot g'(4)$ tür.)

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

D | A | B | C

köşetaşı

$f(x^3 - 1) = x^2 + 3x - 2$

olduğuna göre, f′(0) değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$[f(u)]' = u'.f'(u)$$

Köşetaşının çözümü:

$f(x^3 - 1) = x^2 + 3x - 2$ eşitliğinde her iki tarafın türevini alalım.

$(f(x^3 - 1))' = (x^2 + 3x - 2)'$

$\underbrace{f'(x^3 - 1)}_{\text{f nin türevi}} \cdot \underbrace{(x^3 - 1)'}_{\text{f nin içinin türevi}} = 2x + 3$

$f'(x^3 - 1) \cdot 3x^2 = 2x + 3$ olur.

Buradan x = 1 için

$f'(1^3 - 1) \cdot 3 \cdot 1^2 = 2 \cdot 1 + 3$

$f'(0) \cdot 3 = 5 \Rightarrow f'(0) = \frac{5}{3}$ bulunur.

1. $f(3x - 1) = 4x^2 + 6x + 1$

olduğuna göre, f′(–4) kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $f(2x) = x^3 - 2x + 1$

olduğuna göre, f′(2) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $f(3 - x) = x^2 + x - 3$

olduğuna göre, f′(2) değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –3

4. $f(1 - 2x) = 6x + 3$

olduğuna göre, f′(3) + f(3) toplamı kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –1 D) 0 E) 3

karekök

A D E A

köşetaşı

$f(x) = (2x + 3)^2$ olduğuna göre, f′(x) nedir?

açıklamalı çözüm

u = u(x) olmak üzere,

$y = u^n \Rightarrow y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = (2x + 3)^2$

$f'(x) = 2 \cdot (2x + 3)^1 \cdot (2x + 3)'$

$= 2 \cdot (2x + 3) \cdot 2$

$= 8x + 12$ bulunur.

BİR ÖRNEK DAHA:

$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 1}$ ise, f′(x) i bulalım.

$f(x) = (x^3 + 2x + 1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(x^3 + 2x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (3x^2 + 2)$ dir.

FARK EDELİM

Aslında köşetaşı 1.2 ile aynı yolu izliyoruz.

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \cdot (x)'$

x'in türevi 1 ve 1 etkisiz eleman olduğundan dikkate almıyoruz.

Örneğin;

$f(x) = x^5$ ise $f'(x) = 5 \cdot x^4 \cdot (x)' = 5x^4$ tür.

1. $f(x) = (3x - 1)^3$

olduğuna göre, f′(1) kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 42

2. $f(m) = \frac{3}{2m - 4}$

olduğuna göre, f′(–1) kaçtır?

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $y = \sqrt{x^2 + 3}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

4. $f(a) = (2 - a)^2 \cdot (2 + a)^2$

olduğuna göre, f′(3) kaçtır?

A) 48 B) 50 C) 56 D) 58 E) 60

karekök

C B C E

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $y = \sin(2x + 3)$ b) $y = \cos(x^2 + 1)$

açıklamalı çözüm

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$$y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$$

$$y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$$

Köşetaşının çözümü:

a) $y = \sin(2x + 3) \Rightarrow y' = (2x + 3)' \cdot \cos(2x + 3) = 2\cos(2x + 3)$

b) $y = \cos(x^2 + 1) \Rightarrow y' = (x^2 + 1)' \cdot [-\sin(x^2 + 1)] = -2x\sin(x^2 + 1)$

DİKKAT ETTİN Mİ?

Köşetaşı 1.10 da anlatıldığı gibi fonksiyonun içinin türevi olan u' yanına çarpım olarak yazılıyor.

KISACA

$$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

1. $y = -3\sin x$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\sin x$ B) $-3\cos x$ C) $3\cos x$ D) $\sin 3x$ E) $-\sin 3x$

2. $y = 4\cos(-x)$

olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\cos x$ B) $4\sin x$ C) $-4\sin x$ D) $-4\cos x$ E) $\sin(-4x)$

3. $f(x) = 2 \cdot \sin(3x) + 3 \cdot \cos(2x)$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

4. $f(x) = \sin 2x \cdot \cos 2x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir? *(Hatırlatma : sin2a = 2sinacosa)*

A) $2\cos 4x$ B) $\cos 4x$ C) $2\sin 4x$ D) $4\cos 2x$ E) $2\cos 2x$

karekök

B	C	E	A

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $y = \tan(4x - 5)$ b) $y = \cot(x^2 - 3)$

açıklamalı çözüm

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$$y = \tan u \Rightarrow y' = u' \cdot (1 + \tan^2 u) = u' \cdot \frac{1}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec^2 u$$

$$y = \cot u \Rightarrow y' = -u' \cdot (1 + \cot^2 u) = -u' \cdot \frac{1}{\sin^2 u} = -u' \cdot \mathrm{cosec}^2 u$$

Köşetaşının çözümü:

a) $y = \tan(4x - 5) \Rightarrow y' = (4x - 5)' \cdot [1 + \tan^2(4x - 5)]$
$= 4[1 + \tan^2(4x - 5)]$

b) $y = \cot(x^2 - 3) \Rightarrow y' = -(x^2 - 3)' \cdot [1 + \cot^2(x^2 - 3)]$
$= -2x \cdot [1 + \cot^2(x^2 - 3)]$ olur.

İSPATLAYALIM

$$y = \tan u = \frac{\sin u}{\cos u}$$

ifadesinde bölmenin türevini uygularsak,

$$y' = \frac{[(\sin u)' \cdot \cos u - \sin u \cdot (\cos u)'] \cdot u'}{\cos^2 u}$$

$$= \frac{(\cos^2 u + \sin^2 u)u'}{\cos^2 u}$$

$$= \frac{u'}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec^2 u$$

$= u'.(1 + \tan^2 u)$ *olur.*

1. $f(x) = \tan x - \cot x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $y = \tan(\sin 2x)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 0 için değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. $\frac{d}{dx}(\cot 2x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sec x$ B) $-2\cos x$ C) $\sin 2x$ D) $-2\mathrm{cosec} 2x$ E) $\mathrm{cosec} 2x$

4. $f(a) = \tan^2 a . \cot^2 a$

olduğuna göre, f'(π) kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(Basit düşün, kendini zorlama)

karekök

C	A	D	C

köşetaşı

$y = \cos^3 x$ olduğuna göre, y' nedir?

açıklamalı çözüm

Trigonometrik ifade görünce kafamız karışmasın. Bu sorunun köşetaşı 1.10 daki sorudan farkı yoktur.

$y = \cos^3 x = (\cos x)^3$ olduğundan,

$y' = 3\cdot(\cos x)^{3-1}\cdot(\cos x)'$

$= 3\cdot\cos^2 x\cdot(-\sin x)$

$= -3\sin x\cdot \cos^2 x$ olur.

DİKKAT!

- $\cos^n x = (\cos x)^n$
- $\cos x^n \neq (\cos x)^n$

1. $y = \sin^2 x$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

(Hatırlatma: $\sin 2x = 2\sin x\cos x$)

A) cos4x B) cos2x C) sin2x D) sin4x E) 2sin2x

2. $f(a) = \cos^2 a + \sin^2 a$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

(Basit düşün, işi uzatma)

3. $f(x) = \tan^2 2x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

4. $f(x) = \sqrt{\sin x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C C D A

köşetaşı

$f(x) = x^3 + 5$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(4)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Fonksiyonun Tersinin Türevi

Birebir, örten ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için $f(x_0) = y_0$ olmak üzere,

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ dır. } (f'(x_0) \neq 0)$$

Köşetaşının çözümü:

$(f^{-1})'(4)$ sorulduğuna göre $y_0 = 4$ tür.

Önce $y_0 = 4$ koşulunu sağlayan x_0 değerini bulalım. $f(x_0) = y_0$ olduğundan,

$x_0^3 + 5 = 4 \Rightarrow x_0^3 = -1 \Rightarrow x_0 = -1$ bulunur.

$f(x) = x^3 + 5 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(-1) = 3$ tür.

Buna göre,

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ olduğundan, $(f^{-1})'(4) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3}$ bulunur.

1. $f(x) = \sqrt{x}$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

2. $f(x) = x^3 - 1$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(7)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{1}{16}$

3. $f(x) = \sqrt[3]{x+5}$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. $x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ ve $f(x) = x^2 - x + 4$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(4)$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

A C E B

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $y = \arcsin 3x$ b) $y = \arccos(4x + 1)$

açıklamalı çözüm

Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$$y = \arcsin u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$y = \arccos u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

olur.

Köşetaşının çözümü:

a) $y = \arcsin 3x \Rightarrow y' = \frac{(3x)'}{\sqrt{1-(3x)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$

b) $y = \arccos(4x+1) \Rightarrow y' = \frac{-(4x+1)'}{\sqrt{1-(4x+1)^2}} = \frac{-4}{\sqrt{1-(4x+1)^2}}$ bulunur.

DİKKAT

Fonksiyonun içinin türevi olan u' ifadesini unutmayalım.

KISACA

◊ $y = \arcsin x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

◊ $y = \arccos x \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

1. $f(x) = \arccos x - 2\arcsin x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

A) $-4\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

2. $f(x) = \arcsin 2x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{8}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{9}{\sqrt{5}}$

3. $y = \arccos 3x$

olduğuna göre, $x = \frac{1}{6}$ için $\frac{dy}{dx}$ in değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $-2\sqrt{3}$ E) $-3\sqrt{3}$

4. $y = \arccos(\cos x^3)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{1}{3}$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

Hatırlatma: $y = \arccos(\cos u)$ ise $y = u$ dur.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

karekök

B | B | D | B

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $y = \arctan(x + 1)$ b) $y = \text{arccot}(3x + 5)$

açıklamalı çözüm

Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$$y = \arctan u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$y = \text{arccot}\, u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$$

olur.

Köşetaşının çözümü:

a) $y = \arctan(x+1) \Rightarrow y' = \frac{(x+1)'}{1+(x+1)^2} = \frac{1}{1+(x+1)^2}$

b) $y = \text{arccot}(3x+5) \Rightarrow y' = \frac{-(3x+5)'}{1+(3x+5)^2} = \frac{-3}{1+(3x+5)^2}$ bulunur.

KISACA

◊ $y = \arctan x \Rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2}$

◊ $y = \text{arccot}\, x \Rightarrow y' = -\frac{1}{1+x^2}$

1. $f(x) = \arctan x + \text{arccot}\, x$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{1+x^2}$ B) $\frac{1}{1+x^2}$ C) $\frac{1}{x^2-1}$ D) $\frac{1}{1-x^2}$ E) 0

2. $f(x) = \text{arccot}\, 4x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -4 D) -6 E) -8

3. $y = \arctan(3x + 1)$

olduğuna göre, $x = \frac{1}{3}$ için $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

4. $y = \arctan(\cot x)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

E | B | B | B

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

a) $f(x) = \log_2 3x$

b) $f(x) = \ln(\cos x)$

açıklamalı çözüm

Logaritmik Fonksiyonun Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \cdot \log_a e$ dir.

$a = e$ alınırsa, $y = \log_e u = \ln u$ olur.

$y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}$

Köşetaşının çözümü:

a) $f(x) = \log_2 3x \Rightarrow f'(x) = \frac{(3x)'}{3x} \cdot \log_2 e = \frac{3}{3x} \cdot \log_2 e = \frac{\log_2 e}{x}$ dir.

b) $f(x) = \ln(\cos x) \Rightarrow f'(x) = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$ olur.

HATIRLATMA

$\log_a e = \frac{1}{\ln a}$

$\log_e e = \ln e = 1$

KISACA

$y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \cdot \log_a e$

$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$

1. $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$

olduğuna göre, $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_2 e$ B) $2\log_2 e$ C) $4\log_2 e$

D) $\frac{1}{4}\log_2 e$ E) $\frac{1}{2}\log_2 e$

2. $\frac{d}{dx}(\ln(\sin x))$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x$ B) $\cos x$ C) $\cot x$

D) $\sin x$ E) $\cot x + \tan x$

3. $y = \log(2x)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in eşiti nedir?

A) $\frac{\log e}{2x}$ B) $\frac{\log e}{x}$ C) $\frac{x}{\log e}$

D) $\frac{2}{\log e}$ E) $\frac{x+1}{\log e}$

karekök

4. $f(x) = \ln(x^2) + \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2e}$ B) $\frac{1}{e}$ C) 1

D) e E) 2e

A | C | B | D

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x) = 2^{3x+5}$

b) $f(x) = e^{\sin x}$

açıklamalı çözüm

Üstel Fonksiyonun Türevi

$u = u(x)$ olmak üzere,

$y = a^u \Rightarrow y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ dır.

$a = e$ alınırsa,

$y = e^u \Rightarrow y' = u' \cdot e^u$ olur.

Köşetaşının çözümü:

a) $f(x) = 2^{3x+5}$ ise, $f'(x) = (3x+5)' \cdot 2^{3x+5} \cdot \ln 2 = 3 \cdot 2^{3x+5} \cdot \ln 2$ olur.

b) $f(x) = e^{\sin x}$ ise, $f'(x) = (\sin x)' \cdot e^{\sin x} = \cos x \cdot e^{\sin x}$ olur.

KISACA

$y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$

$y = e^x \Rightarrow y' = e^x$

1. $f(x) = 3^{2x}$

olduğuna göre, $f'(0)$ nedir?

A) ln3 B) 3ln2 C) 2ln3

D) ln6 E) ln12

2. $f(x) = e^{(x^2)}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 1 B) e C) 2e D) 3e E) 4e

3. $f(a) = 5^{\log_5 a}$

olduğuna göre, $f'(a)$ aşağıdakilerden hangisidir? *(Hatırlatma: $a^{\log_a b} = b$)*

A) –1 B) 0 C) 1 D) 4 E) 5

karekök

4. $\frac{1}{e^x} \cdot \frac{d}{dx}(x \cdot e^x)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) x

D) x – 1 E) x + 1

C | C | C | E

köşetaşı

$y = 4x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ **olmak üzere,**

a) $\frac{d^2y}{dx^2}$ b) $\frac{d^3y}{dx^3}$

değerlerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Yüksek Mertebeden Türev Alma

$y = f(x)$ fonksiyonunun n. mertebeden türevi $f^{(n)}(x)$ veya $\frac{d^nx}{dx^n}$ biçiminde gösterilir.

Buna göre,

$y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesini bulmak için fonksiyonun 2 kere,

$y''' = \frac{d^3y}{dx^3}$ ifadesini bulmak için fonksiyonun 3 kere,

türevi alınır.

Köşetaşının çözümü:

a) $y = 4x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ ise $y' = \frac{dy}{dx} = 12x^2 - 6x + 5$ dir.

Tekrar türev alınırsa, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = 24x - 6$ dır.

b) Bir kere daha türev alınırsa, $y''' = \frac{d^3y}{dx^3} = 24$ bulunur.

1. $y = e^x$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $-e^x$ B) $2e^x$ C) e^{2x} D) e^x E) e^{-x}

2. $y = 4x^2 + 5x + 1$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $f(x) = \cos x$

olduğuna göre, $\frac{d^3(f(x))}{dx^3}$ ifadesinin $x = \pi$ için değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x) = x^4$

olduğuna göre, f(x) in x e göre beşinci mertebeden türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5! B) 4! C) 3! D) 2! E) 0

karekök

D C C E

köşetaşı

$y = t^3$

$t = 2z$

$z = x^2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin x = 1 için değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Zincir Kuralı

Bizden istenen y nin x e göre türevi olduğu için,

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$ *(Sadeleştirme yapıldığında $\frac{dy}{dx}$ kaldığını görebilirsiniz.)*

biçiminde hesaplanır. Buna zincir kuralı denir.

Köşetaşının çözümü:

$y = t^3$, t ye bağlı olduğu için y nin t ye göre türevi alınabilir.

O halde, $\frac{dy}{dt} = 3t^2$ dir. Benzer şekilde, $\frac{dt}{dz} = 2$ ve $\frac{dz}{dx} = 2x$ bulunur.

$x = 1$ için $z = 1^2 = 1$ ve $z = 1$ için $t = 2 \cdot 1 = 2$ dir.

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 3t^2 \cdot 2 \cdot 2x = 3 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 48$ bulunur.

1. $y = 2a + 4$

$a = 4t + 2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $y = x^2$

$x = z^3$

$z = 2t + 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin t = –1 için değeri kaçtır?

A) 14 B) 12 C) –10 D) –12 E) –16

3. $y = \cos t$

$t = \sin x$

$x = \tan z$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dz}$ nin $z = \pi$ için değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

4. $x = e^t$

$t = m^3$

$m = \sqrt{z}$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dz}$ nin z = 1 için değeri nedir?

A) 1 B) $\frac{e}{2}$ C) e D) $\frac{3e}{2}$ E) 2e

karekök

C D C D

köşetaşı

$y = t^2 + 3$ ve $x = 2t + 3$ olarak tanımlanan bir parametrik fonksiyon için $\frac{dy}{dx}$ nedir?

açıklamalı çözüm

Parametrik Fonksiyonların Türevi

y ve x fonksiyonları aynı değişkene (parametreye) yani t ye bağlıdır.

Aynı değişkene bağlı olan fonksiyonlar için türev alırken,

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ veya $\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}}$ formülleri kullanılır. (Sadeleştirme yapıldığında $\frac{dy}{dx}$ veya $\frac{dx}{dy}$ kaldığını fark ediniz.)

Köşetaşının çözümü:

$y = t^2 + 3 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2t$ ve

$x = 2t + 3 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2$ olduğundan,

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{2} = t$ bulunur.

1. $y = 3m + 5$
$x = 6m - 4$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

2. $x = t^2 - 2t$
$y = 3t + 2$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = -\frac{1}{2}$ için değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $y = e^k$
$x = \sqrt{k}$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in k = 4 için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8e^4$ B) $4e^4$ C) $4e^3$ D) $2e^3$ E) e^4

4. $y = \cos^2 a$
$x = \sin^2 a$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

karekök

C A B D

köşetaşı

$y = f(x)$ ve $3xy^2 - 4x - y = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 0 için değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kapalı Fonksiyonun Türevi

F(x, y) = 0 şeklindeki fonksiyonlara kapalı fonksiyon denir ve türevi

$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{\text{x e göre türev (y'ler sabit)}}{\text{y ye göre türev (x'ler sabit)}}$ olur.

Köşetaşının çözümü:

$F(x, y) = 3xy^2 - 4x - y = 0$ olduğundan,

$F'_x = 3y^2 - 4$ (y leri sabit sayı gibi düşünelim) ve

$F'_y = 6xy - 1$ (x leri sabit sayı gibi düşünelim) olur.

x = 0 için $3 \cdot 0 \cdot y^2 - 4 \cdot 0 - y = 0 \Rightarrow y = 0$ dır.

Buna göre,

x = 0 ve y = 0 için $\frac{dy}{dx} = -\frac{3y^2 - 4}{6xy - 1} = -\frac{-4}{-1} = -4$ tür.

1. $y = f(x)$ ve $3x^2 + 2y^3 = 0$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{x^2}{y}$ B) $\frac{x^2}{y}$ C) $-\frac{x}{y^2}$ D) $\frac{x}{y^2}$ E) $\frac{y^2}{x}$

2. $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in (2, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

3. $y > 0$ ve $x^2 + y^2 - 10 = 0$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

4. $y\ln x - x\ln y = 0$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in (1, 1) noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) e C) 0 D) $-e$ E) -1

karekök

C A D A

köşetaşı

$$f: R \rightarrow R \text{ ve } f(x)=\begin{cases} 5x-1, & x>1 \text{ ise} \\ 4 \quad , & x=1 \text{ ise} \\ x^2+3, & x<1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, aşağıdaki türevlerin değerlerini hesaplayınız.

a) $f'(1)$ b) $f'(3)$ c) $f'(-2)$

açıklamalı çözüm

Parçalı Fonksiyonun Türevi

1) Parçalı fonksiyonlarda kritik nokta fonksiyonun kuralının değiştiği noktadır. $x = x_0$ kritik noktasında sürekli değilse türevi yoktur.

2) Fonksiyon kritik noktada sürekli ise sağ ($f'(x_0^+)$) ve sol ($f'(x_0^-)$) türevlere bakılır. Sağ ve sol türev birbirine eşit ise türev vardır.

Köşetaşının çözümü:

a) $x = 1$ apsisli nokta kritik noktadır. Fonksiyon bu noktada sürekli olduğundan sağ ve sol türevlere bakılır.

$x > 1$ için $f(x) = 5x - 1$ dir.

$f'(x) = 5 \Rightarrow f'(1^+) = 5$

$x < 1$ için $f(x) = x^2 + 3$ tür.

$f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1^-) = 2$

$f'(1^+) \neq f'(1^-)$ olduğundan f(x) fonksiyonunun $x = 1$ de türevi yoktur.

b) $x = 3$ değeri $x > 1$ aralığında bulunduğundan $f(x) = 5x - 1$ dir.

$f'(x) = 5 \Rightarrow f'(3) = 5$ bulunur.

c) $x = -2$ değeri $x < 1$ aralığında bulunduğundan $f(x) = x^2 + 3$ tür.

$f'(x) = 2x \Rightarrow f'(-2) = -4$ bulunur.

1. $$f(x)=\begin{cases} 4-x^2, & x>3 \text{ ise} \\ 8-4x, & x\le 3 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(3^+) + f'(3^-)$ toplamı kaçtır?

A) −12 B) −11 C) −10 D) −9 E) −8

2. $$f(x)=\begin{cases} 2x^2, & x\le 1 \text{ ise} \\ ax+b, & x>1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu x = 1 apsisli noktada türevlenebilir olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 4 C) −6 D) −8 E) −10

karekök

3. $$f(x)=\begin{cases} x^2+mx+n, & x\le 1 \text{ ise} \\ x^3-mx, & x>1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu ∀x∈R için türevli olduğuna göre, n kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $$f(x)=\begin{cases} x^2-4x, & x<-2 \text{ ise} \\ 4, & -2\le x<-1 \text{ ise} \\ 3x-4, & x\ge -1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-3) = -10$
B) $f'(-1^+) = 3$
C) $f'(-1^-) = 0$
D) $f'(-2^+) = 4$
E) $f'(-2^-) = -8$

C D A D

köşetaşı

a) $f(x) = |x - 3|$ fonksiyonunun x = 3 için türevi var mıdır?

b) $f(x) = |x - 3|$ fonksiyonunun x = 2 ve x = 4 için türevini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevi

a) Mutlak değerin içini sıfır yapan değerler bu fonksiyonun kritik noktasıdır.

Kritik noktadaki türev soruluyorsa sağ ve sol türeve bakılmalıdır.

$$f(x)=\begin{cases} x-3, & x\ge 3 \text{ ise} \\ -x+3, & x<3 \text{ ise} \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 1, & x\ge 3 \text{ ise} \\ -1, & x<3 \text{ ise} \end{cases}$$

HATIRLAYALIM

$$|x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \text{ ise} \\ -x, & x<0 \text{ ise} \end{cases}$$

Yukarıda görüldüğü gibi, x = 3 için sağ ve sol türevler birbirinden farklı olduğundan bu noktada türev yoktur.

b) x = 2 ve x = 4, kritik noktalar olmadığından sağ - sol türeve bakmaya gerek yoktur.

∘ x = 2 için $x - 3 = 2 - 3 = -1 < 0$ olduğundan,

$f(x) = -x + 3$ tür.

$f'(x) = -1$ ise $f'(2) = -1$ bulunur.

∘ x = 4 için $x - 3 = 4 - 3 = 1 > 0$ olduğundan,

$f(x) = x - 3$ tür. $f'(x) = 1$ ise $f'(4) = 1$ bulunur.

1. $f(x) = |12 - 2x|$

olduğuna göre, f'(7) kaçtır?

A) −4 B) −3 C) −2 D) 1 E) 2

2. $f(x) = |x^2 - x - 7|$

olduğuna göre, $f'(1) - f'(-3)$ değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

karekök

3. $f(x) = |x^3 - 1| + |x - 1| + x - 2$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?

A) −3 B) −1 C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 3

4. $f(x) = |x^3 - 2| + x^2$

olduğuna göre, f''(−1) in değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

E B C D

1. $3x - 6y + 10 = 0$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $f(x) = 2mx^3$ ve $f'(1) = 12$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = 4\sqrt[4]{x}$

olduğuna göre, f'(16) kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $f(x) = \frac{1}{x^{20}}$

olduğuna göre, f'(–1) kaçtır?

A) –20 B) –19 C) 0 D) 19 E) 20

5. $f(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2t + 5$

olduğuna göre, f'(t) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3t^2 - 2t + 5$ B) $t^2 - t + 2$ C) $2t^2 + 3t$ D) $t^2 + t + 2$ E) $t^2 + t + 5$

6. $f(a) = (2a + 4)\cdot(a^2 - 5)$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

A) –14 B) –12 C) –10 D) –8 E) –6

7. $y = \frac{m-4}{m+2}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dm}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{(m+2)^2}$ B) $\frac{3}{(m+2)^2}$ C) $\frac{4}{(m-4)^2}$ D) $\frac{5}{(m-4)^2}$ E) $\frac{6}{(m-4)^2}$

8. $f(x) = x - 1$ ve $g(x) = 2x^2 + 3x$

olduğuna göre, (fog)'(2) kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

9. $2\cdot f(-x) = x^2 - 4x + 6$

olduğuna göre, f'(–8) kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 6 D) –6 E) –10

10. $y = (3t - 5)^4$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $24(3t - 5)^3$ B) $12(3t - 5)^5$ C) $12(3t - 5)^4$ D) $6(3t - 5)^3$ E) $12(3t - 5)^3$

11. $f(x) = \sin(-x) + \cos(-x)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 0 D) $-\sqrt{2}$ E) $-2\sqrt{2}$

12. $f(a) = 3\tan a + 3\cot a$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. $f(m) = \cos^2 m$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. $f(x) = x^3$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(-8)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{8}$

15. $y = \arccos(-2x) - \arcsin(-2x)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$ C) $\frac{2}{\sqrt{1+4x^2}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{1+4x^2}}$

16. $f(x) = 17\arctan(x - 1)$
$g(x) = -10\text{arccot}(x + 1)$

olduğuna göre, f'(5) = g'(a) eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

17. $2x \cdot \frac{d}{dx}(\ln x^2)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. $f(x) = \frac{5}{2}e^{2x}$

olduğuna göre, f′(–1) in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{e^2}$ B) $\frac{10}{e^2}$ C) $10e^2$ D) $\frac{5}{e^2}$ E) $5e^2$

19. $\frac{d^3}{dx^3}(2012x^2 + \cos x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4024 + cosx B) 2012 –sinx C) sinx D) –sinx E) –cosx

20. $y = 3z$

$z = 2t^2$

$t = 4a + 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{da}$ ifadesinin a = 1 için değeri kaçtır?

A) 220 B) 230 C) 235 D) 240 E) 244

21. $y = \cot m$

$x = \tan m$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

(Hatırlatma : tanx·cotx = 1)

A) $-x^{-2}$ B) x^{-2} C) x^{-1} D) $-x^{-1}$ E) $-x$

22. $3x^2 - 4xy + y^2 = 0$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in (1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

A) 5 B) 1 C) –1 D) –3 E) –5

kareköк

23. $f : R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x, & x < 1 \text{ ise} \\ 4x - 3, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(1^+) - f'(1^-)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

24. $f(x) = 2x^3 + 3 \cdot x \cdot |x| - 4$

olduğuna göre, f′(–2) + f(0) kaçtır?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

1	D	2	B	3	C	4	E	5	D	6	C	7	A	8	C	9	D	10	E	11	D	12	D
13	A	14	C	15	D	16	B	17	C	18	D	19	C	20	D	21	A	22	B	23	E	24	C

KONU TESTİ - 1

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$

olduğuna göre, f′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2 - 2x + 1$ B) $3x^2 - 2x + 2$

C) $3x^2 + 2x - 1$ D) $x^2 + 2x - 1$

E) $x^2 + 3x + 1$

2. $f(x) = (x^2 + 1) \cdot (2x - 3)$

olduğuna göre, f′(1) kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. $\frac{d^3}{dx^3}(x^3 + 3x^2 + 6x + 1)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2$ B) 6x C) 6 D) 3 E) 2

4. f ve g, R de tanımlı ve türevlenebilir iki fonksiyondur.

$f(5) = 4$

$f'(5) = 2$

$g(5) = -2$

$g'(5) = -6$

olduğuna göre, $\left(\frac{f}{g}\right)'(5)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $f(x) = e^x \cdot \cos x$

olduğuna göre, f′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^x \cdot (\cos x - \sin x)$ B) $e^x \cdot (\sin x - \cos x)$

D) $e^x \cdot \sin x$ D) $-e^x \cdot \sin x$

E) $e^x \cdot (\sin x + \cos x)$

6. $f(x) = \sqrt{6x^2 + 10x}$

fonksiyonu için f′(1) değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{11}{4}$ C) 3 D) $\frac{13}{4}$ E) 4

kareköк

7. $f(x) = 10 \cdot x^n$ ve $f'(x) = m \cdot x^4$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 50 B) 48 C) 45 D) 40 E) 36

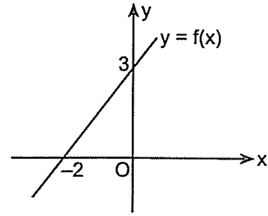
8. $f(2x - 1) = 2x^2 - 4x + m$

$f(1) + f'(3) = 3$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9.



Yukarıdaki şekilde, y = f(x) doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f′(0) kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 0 D) –1 E) $-\frac{3}{2}$

10. $f(x)=\frac{d}{dx}(x^3+x^2)$

olduğuna göre, $\frac{d}{dx}(f(x))$ ifadesinin x = 1 için değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $y = e^{-x}$ ise, $y' = -e^{-x}$

B) $y = \ln(x + 2)$ ise, $y'=\frac{1}{x+2}$

C) $y = 2^x$ ise, $y' = 2^x \cdot \ln 2$

D) $y = \tan 2x$ ise, $y' = 2 + 2\tan^2 2x$

E) $y = \log_3 x$ ise, $y'=\frac{\ln 3}{x}$

12. $f : R \to R$

$f(x) = |x^3 + 6x^2 - 4x|$

fonksiyonu için, f′(–1) değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –15 B) –14 C) –13 D) –12 E) –11

13. $a \neq 0$ ve $f(ax) = 4x^2 - 2x + 1$ dir.

$f'(2) = 1$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –8 D) –16 E) –32

14. $x = 4\cos\theta$

$y = 8\sin\theta$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\tan\theta$ B) $-\frac{1}{2}\cot\theta$ C) $-2\tan\theta$

D) $-2\cot\theta$ E) $2\cot\theta$

15. $f : R \to R$ ve

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x \geq 1 \text{ ise} \\ 2x, & x<1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, f′(1) + f′(2) toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. $f(x) = \ln(\sin x) - \ln(\cos x)$

olduğuna göre, f′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanx B) tanx – cotx C) tanx + cotx

D) –cotx E) 1 – tanx

karekök

1 C	2 A	3 C	4 B	5 A	6 B	7 A	8 C	9 A	10 B	11 E	12 C	13 D	14 D	15 B	16 C

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ fonksiyonundaki her ifadenin ayrı ayrı türevi alınırsa,

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$ bulunur.

Yanıt C

2. $f(x) = (x^2 + 1)\cdot(2x - 3)$

$= 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ olduğundan

$f'(x) = 6x^2 - 6x + 2$

$f'(1) = 6 - 6 + 2 = 2$ dir.

Yanıt A

3. $y = x^3 + 3x^2 + 6x + 1$ olsun.

$\frac{d^3y}{dx^3}$ ifadesi için y nin x'e göre 3 kere türevi alınmalıdır.

$\frac{dy}{dx}=3x^2+6x+6$

$\frac{d^2y}{dx^2}=6x+6$

$\frac{d^3y}{dx^3}=6$ bulunur.

Yanıt C

4. Bölümün türevi uygulanırsa,

$\left(\frac{f}{g}\right)'(5)=\frac{f'(5)\cdot g(5)-g'(5)\cdot f(5)}{g^2(5)}$

$=\frac{2\cdot(-2)-(-6)\cdot 4}{(-2)^2}$

$= 5$ bulunur.

Yanıt B

5. $f(x) = e^x \cdot \cos x$ ifadesinde çarpımın türevi uygulanırsa,

$f'(x) = (e^x)'\cdot\cos x + (\cos x)'\cdot e^x$

$f'(x) = e^x\cdot\cos x - \sin x\cdot e^x$

$= e^x(\cos x - \sin x)$ bulunur.

Yanıt A

6. Köklü ifade önce üslü ifadeye çevrilir. Daha sonra türev alınıp x yerine 1 yazılır.

$f(x)=\sqrt{6x^2+10x}=(6x^2+10x)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot(6x^2+10x)^{-\frac{1}{2}}\cdot(12x+10)$

$f'(1)=\frac{1}{2}\cdot(16)^{-\frac{1}{2}}\cdot 22=\frac{11}{4}$ tür.

Yanıt B

7. $f(x) = 10\cdot x^n \Rightarrow f'(x) = 10\cdot n\cdot x^{n-1}$

$f'(x) = mx^4$ olduğundan,

$10\cdot n\cdot x^{n-1} = m\cdot x^4$

$n - 1 = 4 \Rightarrow n = 5$

$m = 10\cdot n \Rightarrow m = 50$ dir.

Yanıt A

8. $f(2x - 1) = 2x^2 - 4x + m$

$2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1$

x = 1 için $f(1) = 2 - 4 + m = m - 2$ dir.

$2\cdot f'(2x - 1) = 4x - 4$

$2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

x = 2 için $2\cdot f'(3) = 4\cdot 2 - 4$

$f'(3) = 2$ dir.

$f(1) + f'(3) = 3$

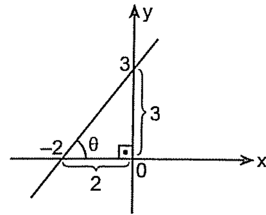
$m - 2 + 2 = 3$

$m = 3$ tür.

Yanıt C

karekök

9. $f'(0)$, doğrunun eğimidir.



$m = \tan\theta = \frac{3}{2}$

O halde, $f'(0) = \frac{3}{2}$ dir.

Yanıt A

10. $f(x) = \frac{d}{dx}(x^3 + x^2)$ olduğundan,

$f(x) = 3x^2 + 2x$ olur.

Buna göre,

$\frac{d}{dx}(f(x)) = \frac{d}{dx}(3x^2 + 2x) = 6x + 2$ dir.

$x = 1$ için $6 \cdot 1 + 2 = 8$ bulunur.

Yanıt B

11. $y = e^{-x} \Rightarrow y' = (-x)' \cdot e^{-x} = -e^{-x}$,

$y = \ln(x+2) \Rightarrow y' = \frac{(x+2)'}{x+2} = \frac{1}{x+2}$,

$y = 2^x \Rightarrow y' = 2^x \cdot \ln 2$,

$y = \tan 2x \Rightarrow y' = 2 \cdot (1 + \tan^2 2x) = 2 + 2\tan^2 2x$

olduğundan A, B, C, D seçenekleri doğrudur.

$y = \log_3 x \Rightarrow y' = \frac{(x)'}{x} \cdot \log_3 e = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$

olacağından E seçeneği yanlıştır.

Yanıt E

12. $x^3 + 6x^2 - 4x$ ifadesi $x = -1$ için

$(-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) = -1 + 6 + 4 = 9$ olup pozitiftir.

Buna göre, $f(x) = x^3 + 6x^2 - 4x$ olduğundan,

$f'(x) = 3x^2 + 12x - 4$

$f'(-1) = 3 - 12 - 4 = -13$ bulunur.

Yanıt C

13. $f(ax) = 4x^2 - 2x + 1$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınırsa,

$a \cdot f'(ax) = 8x - 2$

$ax = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{a}$ dır.

$a \cdot f'\left(a \cdot \frac{2}{a}\right) = 8 \cdot \frac{2}{a} - 2$

$a \cdot f'(2) = \frac{16}{a} - 2$

$a \cdot 1 = \frac{16}{a} - 2$

$a^2 + 2a - 16 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ şeklindeki ikinci dereceden denklemde x in alabileceği değerler çarpımı $\frac{c}{a}$ olduğundan yanıt −16 dır.

Yanıt D

14. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{8\cos\theta}{-4\sin\theta} = -2\cot\theta$

Yanıt D

15. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1 \end{cases}$ ise $f'(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 1 \\ 2, & x < 1 \end{cases}$ dir.

$f'(1^+) = f'(1^-) = 2$ olduğundan $f'(1) = 2$ dir.

$f'(2)$ için $f'(x) = 2x$ fonksiyonu kullanılır.

$f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$ tür.

$f'(1) + f'(2) = 2 + 4 = 6$ dır.

Yanıt B

16. $f(x) = \ln(\sin x) - \ln(\cos x)$

$f'(x) = \frac{(\sin x)'}{\sin x} - \frac{(\cos x)'}{\cos x}$

$f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x}$

$f'(x) = \cot x + \tan x$

Yanıt C

KONU TESTİ - 2

1. $f: R \to R$

$f(x) = |x - 4| + |10 - x| + 3$

fonksiyonu için $f'(6)$ değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 2 E) 3

2. $\frac{d}{dx}(\ln(\ln x))$

ifadesinin $x = e^2$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2e^2$ B) e^2 C) $\frac{1}{e^2}$ D) $\frac{1}{2e^2}$ E) $\frac{1}{2e}$

3. **$f(x) = \ln(2^{\sin 2x})$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?**

A) 5ln2 B) 4ln2 C) 3ln2 D) 2ln2 E) ln2

4. $f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + x)$

olduğuna göre, $f'(i)$ değeri nedir? *($i = \sqrt{-1}$ dir.)*

A) −4i B) −4 C) 4 D) 2i E) 4i

5. $f(x) = \frac{1}{x}$

olduğuna göre, $f[f'(x)]$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x^2$ B) $-x$ C) $-\frac{1}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) x^2

6. $f(3) = 4$, $f'(3) = 2$ ve $g'(4) = -3$

olduğuna göre, (gof)(x) fonksiyonunun x = 3 noktasındaki birinci türevi kaçtır?

A) −10 B) −8 C) −6 D) 4 E) 6

7. $f: R \to R$ olmak üzere,

$f(x) = x^2 - x + 1$

fonksiyonu veriliyor.

Reel sayılar üzerinde tanımlanan,

$a * b = \begin{cases} f'(a), & a < b \text{ ise} \\ f'(b), & a \geq b \text{ ise} \end{cases}$

işlemine göre, (2 * 3) * 1 ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $f(x) = x^5$

olduğuna göre, $\frac{d^5 f(x)}{dx^5}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4! B) $4! \cdot x$ C) $5! \cdot x$ D) 5! E) 0

9. $f'(x)=\sqrt{2x+1}$ ve $y=f(x^2)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x\sqrt{2x^4+1}$ B) $x\sqrt{2x^4+1}$

C) $\frac{\sqrt{2x^2+1}}{2x}$ D) $2x\sqrt{2x^2+1}$

E) $\frac{\sqrt{2x^2+1}}{x}$

10. $f: R \to R$

$f(2)=-3$

$f'(2)=4$

olduğuna göre, $\frac{d}{dx}(x \cdot f(x))$ ifadesinin x = 2 için değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

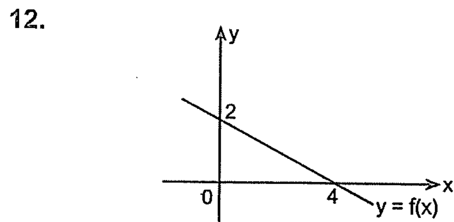
11. $f(x)=e^x$

$g(x)=\arctan(f(x))$

olduğuna göre, g'(0) değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

12.



Yukarıdaki şekilde, y = f(x) doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f^{-1})'(0)$ kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

13. $x > 0$ ve $f(x)=x^2-x+3$ olmak üzere,

$$\frac{d^2f}{dx^2}+\left(\frac{df}{dx}\right)^2=11$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $f: \mathbb{R}-\{0\} \to \mathbb{R}$

$$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\dots\dots\dots+\frac{1}{x^{10}}$$

olduğuna göre, f'(–1) değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 5 D) 10 E) 20

15. $xy-\cos(x+y)=1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in (π, 0) noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{\pi}$ B) $-\pi$ C) 0 D) $\frac{1}{\pi}$ E) π

16. $f(x)=\cos 2x$

$g(x)=f(x)\cdot f'(x)$

olduğuna göre, g'(x) in f(x) türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir? *(Hatırlatma: $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$)*

A) $-8f^2(x)+4$ B) $-4f^2(x)+1$

C) $f^2(x)$ D) $8-f(x)$

E) $4-f(x)$

karekök

1 C 2 D 3 E 4 C 5 A 6 C 7 E 8 D 9 D 10 A 11 E 12 A 13 B 14 C 15 C 16 A

ÖSYS SORULARI

1. $f(x): R \to R$

$f(x)=|2-x|+2$

olduğuna göre, f(1) + f'(3) ün değeri nedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1988)

2. y = f(x) fonksiyonu, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$ olarak tanımlı olduğuna göre, f'(2) değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) –1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

(ÖYS 1989)

3. $e^{-x}\frac{d^2}{dx^2}(x^3e^x)$

ifadesinin kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^3+3x^2+3x B) x^3+3x^2+6x

C) x^3+3x^2+9x D) x^3+6x^2+6x

E) x^3+9x^2+3x

(ÖYS 1990)

4. $f(x)=(x-1)^2.(2x-t)$ ve $f''(0)=0$

olduğuna göre, t kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 0 D) –1 E) –4

(ÖYS 1991)

5. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 18sin6x B) 18cos6x

C) 6(sin3x + cos3x) D) 6(sin3x – cos3x)

E) $6\cos^2 3x$

(ÖYS 1992)

6. $\frac{d}{dx}(\ln(\cos x))$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) – tanx B) – secx C) – cotx

D) $-\frac{1}{\sin x}$ E) $\frac{1}{\cos x}$

(ÖYS 1992)

7. $f(3x-5)=2x^2+x-1$

olduğuna göre, f'(1) + f(1) kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

(ÖYS 1993)

8. $f(x)=\ln(3x-1)$

olduğuna göre, $f^{-1}(0)+(f^{-1})'(0)$ kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(ÖYS 1994)

9. $f(x)=\ln(3^{\cos 5x})$ **olduğuna göre, $f'\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ kaçtır?**

A) 2ln3 B) 5ln3 C) ln5 D) 2ln5 E) ln15

(ÖYS 1995)

10. $x=6\sin 3t$

$y=6\cos^2 3t$

denklemleri ile verilen y = f(x) fonksiyonunun x = 3 apsisli noktadaki türevinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(ÖYS 1995)

11. $3y-3xy-2x=0$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3y-2}{3-y}$ B) $\frac{3y+2}{3-3x}$ C) $\frac{x-2}{3+x}$

D) $\frac{3x+2}{3y}$ E) $\frac{3x-2}{1-3y}$

(ÖYS 1997)

karekök

12. $0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$y = \arcsin\frac{x}{x^2+1}$$

fonksiyonunun x = 1 noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(ÖYS 1998)

13. P(x) polinom fonksiyonunun türevi P'(x) ve

$$P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

(ÖSS 2006 II)

14. Gerçel sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için f(0) = f'(0) = 4 olduğuna göre,

$$g(x) = f(x.f(x))$$

ile tanımlanan g fonksiyonu için g'(0) kaçtır?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

(ÖSS 2007 II)

15. $\frac{\pi}{4}$ **noktasında türevlenebilir bir f fonksiyonu için**

$$2f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖSS 2008 II)

16. $f(x) = [1 + (x + x^2)^3]^4$

olduğuna göre, f'(x) türev fonksiyonunun x = 1 deki değeri kaçtır?

A) $2^3.3^5$ B) $2^3.3^7$ C) $2^4.3^6$ D) $2^4.3^8$ E) $2^5.3^{10}$

(ÖSS 2009 II)

karekök

17. $f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

A) e B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

(LYS 2010)

18. $f(x) = \sin^2(3x^2 + 2x + 1)$

olduğuna göre, f'(0) değeri kaçtır?

A) 2cos2 B) 2cos3 C) 6sin1 D) 4sin2 E) 2sin2

(LYS 2011)

19. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$f(g(x)) = x^2 + 4x - 1$$
$$g(x) = x + a$$
$$f'(0) = 1$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) $\frac{-1}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

(LYS 2012)

20. $f(2x + 5) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

eşitliği ile verilen f fonksiyonu için f'(6) değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) π D) 2π E) 3π

(LYS 2012)

1 C 2 B 3 D 4 E 5 B 6 A 7 B 8 D 9 B 10 / [illegible] B 12 C 13 E 14 E 15 B 16 D 17 E 18 E 19 D 20 A

BÖLÜM 2

Türev - Limit İlişkisi (L'Hopital Kuralı)

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Belirsiz durumlar için L'Hopital kuralını uygular.
2. Türevin tanımıyla ilgili limit sorularında L'Hopital kuralını uygular.
3. $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşturan üstel ve logaritmik fonksiyon içeren limit sorularında L'Hopital kuralını uygular.
4. Trigonometrik ifadeler içeren limit işlemlerinde L'Hopital kuralını uygular.
5. $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğini oluşturan durumlarda L'Hopital kuralını uygular.
6. $0\cdot\infty$ belirsizliğini $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğine dönüştürerek L'Hopital kuralını uygular.
7. $\infty - \infty$ belirsizliğini $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğine dönüştürerek L'Hopital kuralını uygular.

köşetaşı

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$$

limitinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

L'Hopital Kuralı

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ hesaplanırken $\frac{f(a)}{g(a)}=\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ oluyorsa L'Hopital kuralı

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

f'(x): payın türevi
g'(x): paydanın türevi

uygulanır. Yine $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği oluşursa tekrar L'Hopital kuralı uygulanır.

Köşetaşının çözümü:

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4)'}{(x-2)'}=\lim_{x\to 2}\frac{2x}{1}=4$ bulunur.

1. $\lim_{x\to -1}\frac{x^6-1}{x+1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) −8 B) −7 C) −6 D) 4 E) 6

2. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

3. $\lim_{x\to y}\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
(Dikkat: x değişken, y sabit)

A) $\frac{y}{2}$ B) $\frac{3y}{2}$ C) 2y D) 4y E) $2y^2$

4. $\lim_{x\to 3}\frac{mx^3-27m}{x^2-9}=18$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök

C D B A

köşetaşı

$f(x)=e^{2x}$ olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(h+2)-f(2)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$\lim_{h\to 0}\frac{f(h+2)-f(2)}{h}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$\lim_{h\to 0}\frac{f(h+2)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f'(h+2)-0}{1}=f'(2)$ bulunur.

Dikkat edilirse bizden istenen limit, f(x) fonksiyonunun türevinin x = 2 deki değeridir.

Buna göre,

$f(x)=e^{2x}\Rightarrow f'(x)=2e^{2x}$

$f'(2)=2\cdot e^{2\cdot 2}=2e^4$ tür.

1. $f(x)=\sin x$

olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(2\pi+h)-f(2\pi)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) −1 E) −2

2. $f(x)=\ln x$

olduğuna göre, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a^2 B) 2a C) a D) $\frac{1}{a}$ E) $\frac{1}{2a}$

3. $f(x)=\text{arccot}x$

olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1-2h)}{2h}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

4. $f: R\to R$ her noktada türevli bir fonksiyon,

$f(1)=1$ ve $f'(1)=2$

olduğuna göre, $\lim_{x\to 3}\frac{f(x-2)-f^2(2x-5)}{x-3}$ limitinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −3 C) −4 D) −5 E) −6

karekök

B D B E

köşetaşı

Aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\ln x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\arcsin 5x}$

açıklamalı çözüm

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\ln x} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\ln x} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)'}{(\ln x)'}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{1}{\frac{1}{x}} = 1 \text{ bulunur.}$$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\arcsin 5x} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{\arcsin 5x} = \lim_{x\to 0} \frac{(e^{2x}-1)'}{(\arcsin 5x)'} = \lim_{x\to 0} \frac{2e^{2x}}{\frac{5}{\sqrt{1-25x^2}}} = \frac{2}{5} \text{ bulunur.}$$

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{\ln(1-x)}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4^x-4}{2^x-2}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln2 B) ln4 C) ln8 D) 4 E) 8

3. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\ln(x^2-3)}{x^2+x-6}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{e^{x+1}-1}{x^{10}+x^9}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

karekök

B D A A

köşetaşı

Aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to y} \dfrac{\tan(x-y)}{x^2-y^2}$

açıklamalı çözüm

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{x} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin 6x)'}{(x)'} = \lim_{x\to 0} \frac{6\cdot\cos 6x}{1} = 6.\cos 0 = 6 \text{ bulunur.}$$

b) $\lim\limits_{x\to y} \dfrac{\tan(x-y)}{x^2-y^2} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x\to y} \frac{\tan(x-y)}{x^2-y^2} = \lim_{x\to y} \frac{(\tan(x-y))'}{(x^2-y^2)'} = \lim_{x\to y} \frac{1+\tan^2(x-y)}{2x} = \frac{1}{2y} \text{ bulunur.}$$

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{8x-\sin x}{6x+\sin x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) –1 E) –2

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{\tan x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

3. $\lim\limits_{x\to -y} \dfrac{\sin x+\sin y}{\tan(x+y)}$

limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –siny B) –cosy C) tany D) cosy E) siny

4. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cot x}{\ln(\sin x-\cos x)}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

karekök

C E D C

köşetaşı

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^2+3}{2x^2+2}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+1}{6x^2+4}$ c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+2}{x+1}$

limitlerinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Yukarıdaki limitlerin hepsinde x yerine ∞ yazılırsa $\dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği oluşur.

O halde, tüm limitlerde L'Hopital uygulanırsa,

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^2+3}{2x^2+2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(6x^2+3)'}{(2x^2+2)'} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{12x}{4x} = 3$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+1}{6x^2+4} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(3x+1)'}{(6x^2+4)'} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3}{12x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{4x} = 0$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+2}{x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x^2+2)'}{(x+1)'} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x}{1} = \lim\limits_{x\to\infty} 2x = \infty$ bulunur.

NOT

c bir reel sayı olmak üzere,

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{c}{x} = 0$ dır.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3-x}{x+2x^2+6x^3}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) ∞ B) $\dfrac{3}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{1}{2}$ E) −1

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x+5}{e^{x+1}-7}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5-4^x}{4^{x-1}-8}$

limitinin değeri kaçtır?

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 0

4. m, n ve k birer reel sayıdır.

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{mx^3-nx}{2x^3+kx^2} = 3$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

karekök

D | B | A | C

köşetaşı

$\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \left[\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\cdot\tan(\pi x)\right]$

limitinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \left[\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\cdot\tan(\pi x)\right] = 0\cdot\infty$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital kuralını uygulayabilmek için 0 · ∞ belirsizliği, $\dfrac{0}{0}$ veya $\dfrac{\infty}{\infty}$ biçimine dönüştürülmelidir.

Buna göre,

$\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \left[\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\cdot\tan(\pi x)\right] = \lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \dfrac{x-\frac{3}{2}}{\cot(\pi x)}$ *($\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştu, L'Hopital uygulanabilir.)*

$= \lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \dfrac{\left(x-\frac{3}{2}\right)'}{(\cot(\pi x))'}$

$= \lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \dfrac{1}{-\pi\cdot(1+\cot^2(\pi x))} = -\dfrac{1}{\pi}$ bulunur.

HATIRLAYALIM

$\tan x = \dfrac{1}{\cot x}$

1. $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\left(\dfrac{4}{x}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\lim\limits_{x\to\infty} (x\cdot 2^{-x})$

limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\cdot\sec 2x$

limitinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) $-\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{3}{2}$

4. $\lim\limits_{x\to 2} (x^2-4)\cdot\tan\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{32}{\pi}$ B) $\dfrac{16}{\pi}$ C) $\dfrac{8}{\pi}$ D) $\dfrac{4}{\pi}$ E) $\dfrac{2}{\pi}$

karekök

E | E | C | B

köşetaşı

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$$

limitinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Limit sorularında $\infty-\infty$ belirsizliği oluşursa, L'Hopital kuralını uygulayabilmek için bunu $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğine çevirmek gerekir. Bunun için de paydalar eşitlenir.

Köşetaşının çözümü:

$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)=\infty-\infty$ belirsizliğinin oluştuğu görülür.

$$\lim_{x\to 1}\left(\underset{(\ln x)}{\frac{1}{x-1}}-\underset{(x-1)}{\frac{1}{\ln x}}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{\ln x-x+1}{x\cdot\ln x-\ln x}$$

($\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştu, L'Hopital uygulanabilir.)

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{\ln x+1-\frac{1}{x}}$$

(Yine $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştuğu için tekrar L'Hopital uygulanmalıdır.)

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=-\frac{1}{2}\text{ bulunur.}$$

NOT

c pozitif bir reel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{c}{x}=\infty \text{ ve } \lim_{x\to 0^-}\frac{c}{x}=-\infty$$

olduğunu hatırlayalım.

0^+, sıfıra çok yakın miniminnacık pozitif bir sayıyı

0^-, sıfıra çok yakın negatif bir sayıyı ifade eder.

1. $\lim_{x\to -1}\left(\frac{2}{1-x^2}-\frac{1}{x+1}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

2. $\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{1-e^x}-\frac{1}{x}\right)$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) ∞ B) e C) 0 D) –e E) $-\infty$

3. $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+}\left(\frac{1}{\cot x}-\frac{1}{\cos x}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

4. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) ∞ B) 1 C) 0 D) –1 E) $-\infty$

karekök

B	A	E	C

TARAMA TESTİ

1. $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-6x^2+7x-2}{x^2-1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

2. f : R → R, her noktada türevlenebilir bir fonksiyon ve $f'(-3)=4$ tür.

Buna göre,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-3+4h)-f(-3+3h)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{1-e^x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –ln5 B) –ln3 C) –ln2 D) ln5 E) ln7

4. $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 3x-2x}{\sin 4x-x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

5. $\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-2x+1}{5x+8x^2+9x^3}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\frac{4}{27}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x^2+1}\cdot\frac{(4x-5x^2)}{6}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{7}{6}$ C) –1 D) $-\frac{5}{6}$ E) $-\frac{2}{3}$

7. $\lim_{x\to -2}\left(\frac{-4}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

karekök

1	C	2	A	3	B	4	C	5	A	6	D	7	A

KONU TESTİ - 1

1. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x-8}{x^2-5x+6}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

2. $\lim_{x\to 0} \frac{3\cos x-3}{\sin x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\infty$ B) –3 C) 0 D) 3 E) ∞

3. $\lim_{x\to -1} \frac{x^{12}-1}{x^2-1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

4. $\lim_{x\to 6} \frac{\sqrt[3]{x+2}-\sqrt{x-2}}{x-6}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $\lim_{x\to 0} \frac{3x-1+\cos x}{6\sin x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

6. $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$

olduğuna göre, $\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ **değeri kaçtır?**

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

7. $\lim_{x\to \infty} x\cdot \ln\left(1+\frac{4}{x}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

8. $\lim_{x\to 0} \frac{3^x-\cos x}{x+\sin 3x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\frac{1}{2}$ B) ln2 C) $\frac{\ln 2}{3}$ D) $\frac{\ln 3}{4}$ E) $\frac{\ln 3}{5}$

karekök

9. $\lim_{x\to \infty} \left(5x-\frac{5x^2}{x+1}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. $\lim_{a\to 0} \frac{e^a-e^{-a}}{3a}$

limitinin eşiti kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

11. $f(x) = e^{\sin x}$ olmak üzere,

$\lim_{x\to \pi} \frac{f(x)-f(\pi)}{x-\pi}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-1} B) –e C) –1 D) 0 E) 1

12. $\lim_{b\to a^2} \frac{a^4-b^2}{2ba^2-2a^4}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $\lim_{x\to 0} (\cot 3x\cdot \sin x)$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

14. $\lim_{x\to 0} \frac{(x-5)^2-25}{x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) –5 E) –1

15. Türevlenebilir bir f: R → R fonksiyonu için

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$f(3) = 9$

olduğuna göre, $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)-9}{x-3}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

16. $\lim_{x\to 9} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3}-\frac{6}{x-9}\right)$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

karekök

1 D 2 C 3 D 4 B 5 E 6 B 7 A 8 D 9 A 10 C 11 C 12 B 13 E 14 A 15 C 16 A

1. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x^2-5x+6}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x^2+2x-8)'}{(x^2-5x+6)'}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{2x+2}{2x-5}$

$=\frac{2\cdot 2+2}{2\cdot 2-5}=-6$ olur.

Yanıt D

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3\cos x-3}{\sin x}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{(3\cos x-3)'}{(\sin x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{-3\sin x}{\cos x}=\frac{0}{1}=0$ dır.

Yanıt C

3. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^{12}-1}{x^2-1}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x^{12}-1)'}{(x^2-1)'}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{12\cdot x^{11}}{2x}=6$ bulunur.

Yanıt D

4. $\lim\limits_{x\to 6}\frac{\sqrt[3]{x+2}-\sqrt{x-2}}{x-6}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 6}\frac{\left[(x+2)^{\frac{1}{3}}-(x-2)^{\frac{1}{2}}\right]'}{(x-6)'}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{\frac{1}{3}\cdot(x+2)^{-\frac{2}{3}}-\frac{1}{2}(x-2)^{-\frac{1}{2}}}{1}$

$=\frac{1}{3}\cdot(8)^{-\frac{2}{3}}-\frac{1}{2}\cdot(4)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{6}$ olur.

Yanıt B

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x-1+\cos x}{6\sin x}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{(3x-1+\cos x)'}{(6\sin x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3-\sin x}{6\cos x}=\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt E

6. $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'(1)$ dir.

$f(x)=5x^2+4x+2\Rightarrow f'(x)=10x+4$

$f'(1)=14$ tür.

Yanıt B

7. $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\ln\left(1+\frac{4}{x}\right)=\infty\cdot 0$ belirsizliği,

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{4}{x}\right)}{\frac{1}{x}}=\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left[\ln\left(1+\frac{4}{x}\right)\right]'}{\left(\frac{1}{x}\right)'}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{-\frac{4}{x^2}}{1+\frac{4}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{1+\frac{4}{x}}=4$ bulunur.

Yanıt A

8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-\cos x}{x+\sin 3x}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{(3^x-\cos x)'}{(x+\sin 3x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x\cdot\ln 3+\sin x}{1+3\cos 3x}$

$=\frac{3^0\cdot\ln 3+\sin 0}{1+3\cos 0}=\frac{\ln 3}{4}$ bulunur.

Yanıt D

karekök

9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(5x-\frac{5x^2}{x+1}\right)=\infty-\infty$ belirsizliği oluştu.

Paydalar eşitlenirse,

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x}{\underset{(x+1)}{1}}-\frac{5x^2}{\underset{(1)}{x+1}}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2+5x-5x^2}{x+1}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x}{x+1}=\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(5x)'}{(x+1)'}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{1}=5$ bulunur.

Yanıt A

10. $\lim\limits_{a\to 0}\frac{e^a-e^{-a}}{3a}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

a'ya göre L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{a\to 0}\frac{(e^a-e^{-a})'}{(3a)'}=\lim\limits_{a\to 0}\frac{e^a+e^{-a}}{3}$

$=\frac{e^0+e^{-0}}{3}=\frac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt C

11. Türev tanımından,

$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{f(x)-f(\pi)}{x-\pi}=f'(\pi)$ dir.

$f(x)=e^{\sin x}\Rightarrow f'(x)=(\sin x)'\cdot e^{\sin x}$

$f'(x)=\cos x\cdot e^{\sin x}$

$f'(\pi)=\cos\pi\cdot e^{\sin\pi}=(-1)\cdot e^0=-1$ bulunur.

Yanıt C

12. $\lim\limits_{b\to a^2}\frac{a^4-b^2}{2ba^2-2a^4}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştu.

b'ye göre L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{b\to a^2}\frac{(a^4-b^2)'}{(2ba^2-2a^4)'}=\lim\limits_{b\to a^2}\frac{-2b}{2a^2}=\frac{-2a^2}{2a^2}=-1$ dir.

Yanıt B

13. $\lim\limits_{x\to\infty}(\cot 3x\cdot\sin x)=\infty\cdot 0$ belirsizliği oluştu.

$\cot 3x=\frac{1}{\tan 3x}$ olduğundan,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\tan 3x}\cdot\sin x=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{\tan 3x}=\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{(\sin x)'}{(\tan 3x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x}{3(1+\tan^2 3x)}$

$=\frac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt E

14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(x-5)^2-25}{x}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştu.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{((x-5)^2-25)'}{(x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2(x-5)}{1}=-10$ bulunur.

Yanıt A

15. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-9}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(3)-9}{3-3}=\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{(f(x)-9)'}{(x-3)'}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{f'(x)}{1}=f'(3)$ tür.

$f'(x)=3x^2-4x+1\Rightarrow f'(3)=3\cdot 3^2-4\cdot 3+1$

$=27-12+1=16$ dır.

Yanıt C

16. $\lim\limits_{x\to 9}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3}-\frac{6}{x-9}\right)=\infty-\infty$ belirsizliği oluştu.

Paydalar eşitlenirse,

$\lim\limits_{x\to 9}\left(\frac{1}{\underset{(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-3}}-\frac{6}{\underset{(1)}{x-9}}\right)=\lim\limits_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}=\frac{0}{0}$ belirsizli-

ğine dönüşür.

L'Hopital uygulanırsa,

$\lim\limits_{x\to 9}\frac{(\sqrt{x}-3)'}{(x-9)'}=\lim\limits_{x\to 9}\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1}=\frac{1}{6}$ bulunur.

Yanıt A

karekök

1. $\lim\limits_{t\to 1} \dfrac{t^3-1}{t^4-1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

2. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 12x}{\cos x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(mx)}{5x} = \dfrac{3}{2}$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{13}{2}$ B) 7 C) $\frac{15}{2}$ D) 8 E) $\frac{17}{2}$

4. $\lim\limits_{x\to \infty} (\sqrt{4x^2+5x-2} - \sqrt{4x^2+12})$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

5. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\tan(5x-5)}{x^{2012}-x^{2011}}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $b \in (0, 2\pi)$ ve $\lim\limits_{a\to b} \dfrac{6\sin b - 6\sin a}{3\cos a - 3\cos b} = -2$

olduğuna göre, b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) π D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

karekök

7. $f(0) = 5$, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-5}{x} = 6$ ve

$g(x) = (x^2 + 2x + 4) \cdot f(x)$

olduğuna göre, g'(0) değeri kaçtır?

A) 31 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

8. a, b gerçel sayılar ve

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+4} - a}{x^2-4} = b$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

9. $\lim\limits_{x\to \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 0

10. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \dfrac{2\sin x - \tan\frac{3}{2}x}{x - \frac{\pi}{6}}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3} - 3$ B) $3 - \sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $-\sqrt{3}$

11. $\lim\limits_{x\to t} \dfrac{tx^2 - t^2x}{t - x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2t^2$ B) $-t^2$ C) 0 D) t^2 E) 2t

12. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\frac{3}{2}x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

13. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin^2 x}{2(x-\pi)^2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) –2

14. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\arctan x - \arctan a}{\tan(x-a)} = \dfrac{4}{5}$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

karekök

15. f: R → R

$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{f'(x) - f'(3)}{x-3}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 60 B) 58 C) 50 D) 48 E) 45

16. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{x^2 - \frac{\pi^2}{4}}{\cos x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2π B) π C) 0 D) $-\pi$ E) -2π

1 B 2 A 3 C 4 C 5 E 6 B 7 C 8 A 9 E 10 A 11 B 12 A 13 C 14 D 15 B 16 D

1. $\lim\limits_{y\to x}\frac{y^3-x^3}{y^2-x^2}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{3}{2}x$ C) 2x D) $\frac{2}{3}x$ E) ∞

(ÖYS 1987)

2. $\lim\limits_{x\to1}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\sin(\pi x)}$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1987)

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\cos x-1}{\tan x-\sqrt{3}}$ değeri nedir?

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

(ÖYS 1988)

4. $\lim\limits_{x\to64}\frac{\sqrt[3]{x}-4}{\sqrt{x}-8}$ değeri nedir?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

(ÖYS 1989)

5. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x\cos\pi x+1}{x-1}$ değeri nedir?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

(ÖYS 1989)

6. $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$ değeri nedir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(ÖYS 1991)

7. $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sin(x^2-4)}{x^4-16}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

(ÖYS 1992)

8. $\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

(ÖYS 1992)

9. $f(x)=2x^2+3$

olduğuna göre, $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 1993)

10. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-2\sin x-1}{\cos2x+\sin2x-1}$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(ÖYS 1993)

karekök

11. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^2x-\frac{1}{2}}{\sin4x}$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8}$

(ÖYS 1994)

12. $\lim\limits_{c\to x}\frac{16x^2-16c^2}{4\sin(x-c)}$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 16 C) 8x D) 16x E) 32x

(ÖYS 1995)

13. $f(x)=e^{\tan x}$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)-f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x-\frac{\pi}{4}}$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-e^{-\frac{1}{3}}$ B) $\frac{1}{3}e^{-1}$ C) $-e^{-1}$ D) 2e E) $3e^2$

(ÖYS 1996)

14. $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) 0 D) -1 E) -2

(ÖYS 1996)

15. $\lim\limits_{x\to4}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

(ÖYS 1998)

16. f: R→R her noktada türevli bir fonksiyon ve $f'(1)=3$ olduğuna göre, $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(1+2h)-f(1-3h)}{h}$ kaçtır?

A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

(ÖSS 2006 II)

17. $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\sqrt{2}$

(ÖSS 2007 II)

18. Türevlenebilir bir f: R → R fonksiyonu için

$f'(x)=2x^2-1$

$f(2)=4$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)-4}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(LYS 2010)

19. $\lim\limits_{x\to1}\frac{1-\sqrt{x}}{\ln x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

(LYS 2010)

20. $\lim\limits_{x\to0}\frac{x+\arcsin x}{\sin2x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

(LYS 2011)

21. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin3x}{2-\sqrt{4-x}}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

(LYS 2012)

karekök

1 B 2 E 3 C 4 B 5 E 6 C 7 E 8 D 9 D 10 B 11 A 12 C 13 D 14 A 15 E 16 A 17 B 18 E 19 A 20 B 21 C

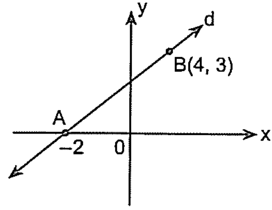
BÖLÜM 3

Türevin Geometrik Yorumu

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Doğrunun eğimini bulur.
2. Eğrinin eğimini bulur.
3. Eğim türev ilişkisini inceler.
4. Bir fonksiyonun herhangi bir noktasındaki teğet denklemini bulur.
5. Bir fonksiyonun herhangi bir noktasındaki normal denklemini bulur.
6. Grafiği ve teğeti verilen bir fonksiyona ait bilgileri kullanarak türev hesabı yapar.
7. Bir fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıkları türev yardımı ile bulur.
8. Bir fonksiyonun grafiğinden yararlanarak I. türevi hakkında yorum yapar.
9. Artan veya azalan olduğu bilinen bir fonksiyondan yararlanarak bu fonksiyona göre tanımlanan başka bir fonksiyonun artan veya azalan olduğuna karar verir.
10. Bir fonksiyonun ekstremum değerlerini hesaplar.
11. Ekstremum noktasının apsisi veya ekstremum noktasının ordinatı verilen bir fonksiyonun kuralındaki bilinmeyenleri bulur.
12. I. türevinin grafiği verilen bir fonksiyonun verilen grafikten yararlanarak ekstremum noktalarını belirler.
13. Bir fonksiyonun konveks - konkav olduğu aralıkları bulur.
14. Bir fonksiyonun dönüm (büküm) noktasını II. türevi kullanarak bulur.
15. Dönüm noktasının apsisi veya ordinatı verilen bir fonksiyonun kuralındaki bilinmeyenleri bulur.
16. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğinden iç bükeyliği ve dış bükeyliği yorumlar.
17. Grafiği verilen polinom tipi bir fonksiyonun kuralını belirler.
18. Rasyonel bir fonksiyonun düşey ve yatay asimptotlarını bulur.
19. Rasyonel bir fonksiyonun eğik veya eğri asimptotlarını bulur.
20. Denklemi verilen rasyonel bir fonksiyonun grafiğini bulur.
21. Grafiği verilen rasyonel fonksiyonların kuralını belirler.

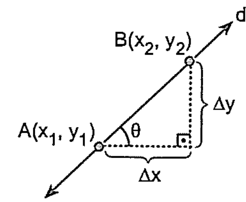
köşetaşı



A(–2, 0) ve B(4, 3) noktalarından geçen d doğrusunun eğimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Doğrunun Eğimi



θ : Eğim açısı

m = Eğim

$m = \tan\theta = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (2 noktası bilinen doğrunun eğimi)

Doğrunun üzerindeki her noktada eğim aynıdır.

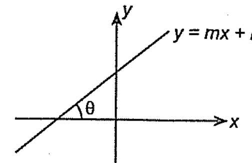
Noktalar değişse de eğim değişmez.

Köşetaşının çözümü:

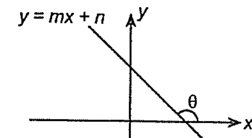
A(–2, 0) ve B(4, 3) noktalarından geçen doğrunun eğimi:

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{3-0}{4-(-2)} = \dfrac{1}{2}$ dir.

HATIRLATMA



m = tanθ > 0
(Doğru sağa yatık)

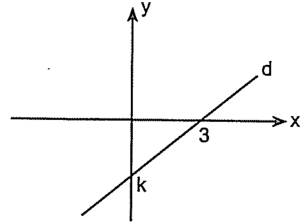


m = tanθ < 0
(Doğru sola yatık)

1. A(–2, 4) ve B(4, 10) noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.



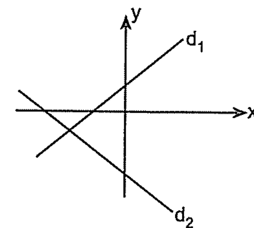
d doğrusunun eğimi 2 olduğuna göre, k kaçtır?

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

3. Eğim açısı 135° olan doğrunun eğimi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

4.



d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri sırasıyla m_1 ve m_2 dir.

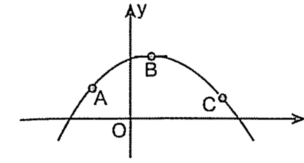
Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $0 < m_2 < m_1$ B) $0 < m_1 < m_2$
C) $m_1 < m_2 < 0$ D) $m_1 < 0 < m_2$
E) $m_2 < 0 < m_1$

karekök

A C C E

köşetaşı



y = f(x) eğrisinin grafiği çizilmiştir.

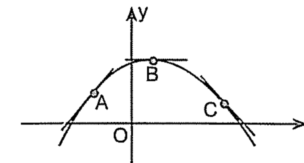
Eğrinin A, B ve C noktalarındaki eğimleri olan m_A, m_B ve m_C yi sıralayınız.

açıklamalı çözüm

Eğrinin Eğimi

Eğrinin eğimi her noktada farklıdır. Bir noktadaki eğim o noktadan çizilen teğetin eğimidir. Çizilen teğet doğrusu sağa yatık ise eğim pozitif, sola yatık ise eğim negatiftir.

Köşetaşının çözümü:



y = f(x) eğrisine A, B ve C noktalarından teğetler çizelim.

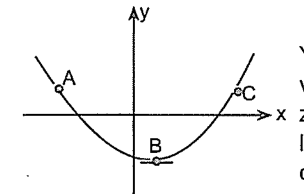
A dan çizilen teğet sağa yatık olduğundan $m_A > 0$,

B den çizilen teğet x eksenine paralel olduğundan $m_B = 0$,

C den çizilen teğet sola yatık olduğundan $m_C < 0$ dır.

O halde, $m_A > m_B > m_C$ dir.

1.

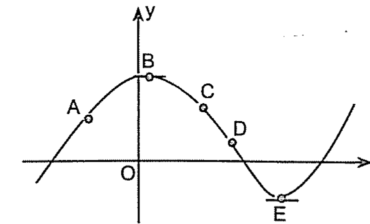


Yandaki eğrinin A, B ve C noktalarından çizilen teğetlerinin eğimleri sırasıyla m_A, m_B, m_C dir.

Buna göre, m_A, m_B ve m_C nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m_A < m_B < m_C$ B) $m_C < m_B < m_A$
C) $m_A < m_C < m_B$ D) $m_B < m_A < m_C$
E) $m_C < m_A < m_B$

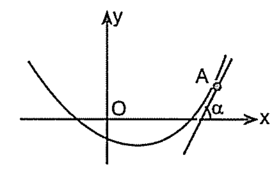
2.



Yukarıdaki eğrinin hangi noktadaki eğimi en büyüktür?

A) A B) B C) C D) D E) E

3.



Yandaki grafikte A noktasından çizilen teğetin eğim açısı α ve eğimi m_A dır.

I. $\tan\alpha < 0$

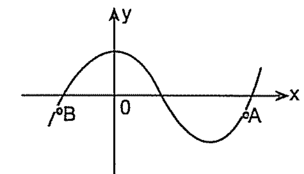
II. $m_A > 0$

III. $m_A = \tan\alpha$

yargılarından hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

4.



Yanda grafiği verilen eğrinin **A** ve B noktalarındaki teğetlerinin eğim açıları α, θ ve eğimleri m_A ve m_B dir.

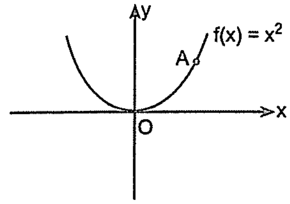
α < θ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $m_A < m_B < 0$ B) $m_B < 0 < m_A$
C) $m_A < 0 < m_B$ D) $0 < m_B < m_A$
E) $0 < m_A < m_B$

karekök

A A C E

köşetaşı

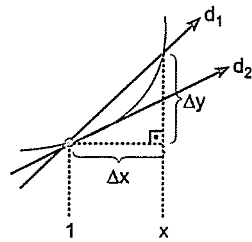


Yanda $f(x) = x^2$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Eğriye x = 1 apsisli A noktasından çizilen teğetin eğimini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Eğim - Türev İlişkisi



$$m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

d_1 kesen doğrusunun teğet olması için $\Delta x \to 0$ olmalıdır.

d_2 nin eğimi $m_2 = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$

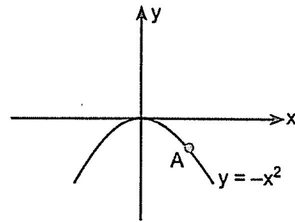
O halde, eğrinin bir noktadaki teğetinin eğimi fonksiyonun o noktadaki türevidir.

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$ olur.

$m = f'(1)$ olduğundan, $m = f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$ dir.

1.



$y = -x^2$ eğrisine x = 1 apsisli A noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 1 E) 2

2. $f(x) = x^2 - 2x + 4$

eğrisinin x = 2 apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

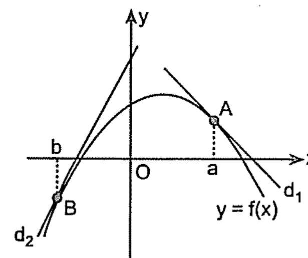
A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $f(x) = -x^2 - 4x + 6$

eğrisinin aşağıda verilen hangi apsisli noktasındaki teğetinin eğimi en büyüktür?

A) x = 2 B) x = 1 C) x = 0 D) x = –1 E) x = –2

4.



Yandaki grafikte y = f(x) fonksiyonuna A ve B noktalarında teğet olan doğrular d_1 ve d_2 olarak gösterilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(a) < f'(b) < 0$ B) $f'(a) < 0 < f'(b)$

C) $0 < f'(a) < f'(b)$ D) $0 < f'(b) < f'(a)$

E) $f'(b) < 0 < f'(a)$

karekök

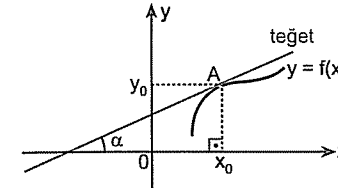
C D E B

köşetaşı

$f(x) = x^2 + 1$ eğrisine x = 1 apsisli noktadan çizilen teğet denklemini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Teğet Denklemi



HATIRLATMA

$A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi (m) bilinen doğru denklemi:

$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ dır.

○ $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi $m = f'(x_0)$ olan teğet denklemi:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

ile bulunur.

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = x^2 + 1$ ise, $f'(x) = 2x$ ve $m = f'(1) = 2$ dir.

$x = 1$ için $f(1) = 1 + 1 = 2$ dir.

(1, 2) noktasından geçen ve eğimi 2 olan teğet denklemi,

$y - 2 = 2 \cdot (x - 1) \Rightarrow 2x - y = 0$ bulunur.

1. **$y = x^2$ parabolüne A(1, 1) noktasından çizilen teğet doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = x – 1 B) y = x + 1

C) y = 2x – 1 D) y = 2x + 1

E) y = 2x – 2

2. **$y = x^2 - 1$ fonksiyonuna x = 2 apsisli noktasından çizilen teğet denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = 6x B) y = 4x

C) y = 4x – 5 D) y = 4x – 6

E) y = 4x + 3

3. **f(x) = lnx eğrisine x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = –x B) y = x

C) y = x – 2 D) y = x – 1

E) y = x + 1

4. **$f(x) = x^3 - a$ fonksiyonunun üzerindeki A(2, 0) noktasından çizilen teğet denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = 12x – 24 B) y = 12x – 10

C) y = 12x + 12 D) y = 6x – 24

E) y = 6x + 12

karekök

C C D A

köşetaşı

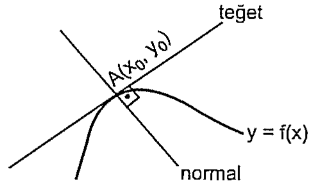
$f(x) = x^2 + 1$ eğrisine $x = 1$ apsisli noktadan çizilen,

a) normalinin eğimini

b) normalinin denklemini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Normal Denklemi



Normal, teğete dik olan doğrudur. O halde, eğimlerinin çarpımı –1 dir.

$m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{m_T} = -\frac{1}{f'(x_0)}$ dır.

- $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi $m_N = -\frac{1}{f'(x_0)}$ olan normal denklemi:

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$$

olur.

Köşetaşının çözümü:

a) $f(x) = x^2 + 1$ ise, $f'(x) = 2x$ ve $f'(1) = 2 = m_T$ dir.

$m_N = -\frac{1}{m_T}$ olduğundan $m_N = -\frac{1}{2}$ bulunur.

b) $x = 1$ için $f(1) = 1 + 1 = 2$ dir.

(1, 2) den geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan normal denklemi,

$y - 2 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 1) \Rightarrow x + 2y - 5 = 0$ bulunur.

1. **$f(x) = x^2 - 2x + 5$ eğrisine $x = 2$ apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{6}$

2. **$f(x) = e^{\sin x}$ eğrisinin $x = \pi$ apsisli noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?**

A) –1 B) –e C) 1 D) e E) 2

karekök

3. **$y = x^3 - 2x + 5$ eğrisinin A(–1, 6) noktasındaki normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

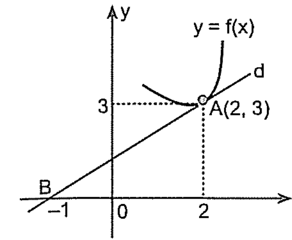
A) $x + y - 10 = 0$ B) $x + y - 5 = 0$
C) $x - y + 7 = 0$ D) $2x - y - 6 = 0$
E) $x - 2y - 11 = 0$

4. **$f(x) = x^2 - x + 4$ parabolüne $x = 1$ apsisli noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = -x + 5$ B) $y = -x + 3$
C) $y = x - 1$ D) $y = x + 1$
E) $y = x - 4$

C	C	B	A

köşetaşı



Yandaki şekildeki d doğrusu $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine A(2, 3) noktasında teğettir.

$g(x) = x \cdot f(x)$ olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

$g(x) = x \cdot f(x)$ (Her iki tarafın türevini alalım.)

$g'(x) = f(x) + f'(x) \cdot x$ olduğundan,

$g'(2) = f(2) + f'(2) \cdot 2$ olur.

- A(2, 3) noktası $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde olduğundan $f(2) = 3$ tür.
- d doğrusu, grafiğe teğet olduğundan eğimi $f'(2)$ değerine eşittir.

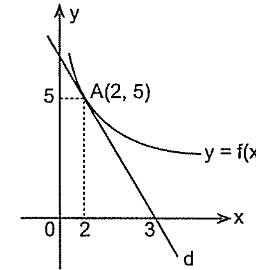
A(2, 3) ve B(–1, 0) noktalarından geçen doğrunun eğimi :

$$m = \frac{0-3}{-1-2} = \frac{-3}{-3} = 1$$

O halde, $f'(2) = 1$ bulunur.

Buna göre, $g'(2) = f(2) + 2 \cdot f'(2) = 3 + 2 \cdot 1 = 5$ bulunur.

1. - 4. soruları aşağıda verilen grafiğe göre yanıtlayınız.



d doğrusu $y = f(x)$ eğrisine A(2,5) noktasında teğettir.

1. **$g(x) = x^2 \cdot f(x)$ olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. **$g(x - 4) = f(-x + 2)$ olduğuna göre, $g'(-4)$ kaçtır?**

A) –5 B) –1 C) 1 D) 4 E) 5

3. **$k(x) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, $k'(2)$ kaçtır?**

A) –4 B) $-\frac{15}{4}$ C) –3 D) $-\frac{11}{4}$ E) $-\frac{5}{2}$

karekök

4. **$h(x) = 3f^2(x)$ olduğuna göre, $h'(2)$ kaçtır?**

A) –110 B) –120 C) –140 D) –150 E) –170

C	E	B	D

köşetaşı

f : R → R

$f(x) = x^2 - 4x$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

açıklamalı çözüm

Artan - Azalan Fonksiyonların Türevle İlişkisi

$\forall x \in (a, b)$ için, $f'(x) > 0 \Rightarrow$ f(x) fonksiyonu (a, b) aralığında artandır.

$\forall x \in (a, b)$ için, $f'(x) < 0 \Rightarrow$ f(x) fonksiyonu (a, b) aralığında azalandır.

Fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıkları bulmak için önce fonksiyonun türevi alınıp, sıfıra eşitlenir.

$f'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

(x = 2 kritik değerdir. Daha sonra detaylı bir biçimde incelenecektir.)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'(x)	−	0	+
f(x)	↘		↗
	azalan		artan

Tabloya göre, f'(x) fonksiyonu (+) ise f artan, (–) ise f azalandır.

O halde, $(-\infty, 2)$ aralığında f azalan, $(2, \infty)$ aralığında f artandır.

1. I. f(x) = 4

II. g(x) = −3

III. h(x) = −4x + 1

IV. k(x) = 5x − 4

Yukarıdaki fonksiyonların kaç tanesi azalan fonksiyondur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = 2x^2 - 12x + 1$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde artandır?

A) (0, 1) B) $(-\infty, 0)$ C) $(-\infty, 2)$ D) (3, 6) E) (1, 2)

3. $f(x) = -x^2 + 12x$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) (0, 3) B) $(-\infty, 0)$ C) $(-\infty, -6)$ D) $(-\infty, 6)$ E) $(6, \infty)$

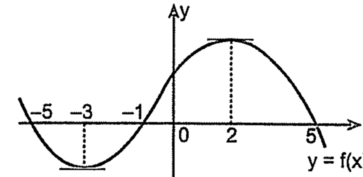
4. $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 9x$ **fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde artandır?**

A) $(-\infty, -3)$ B) $(3, \infty)$ C) (−3, 3) D) $(-\infty, -9)$ E) $(9, \infty)$

karekök

B D E C

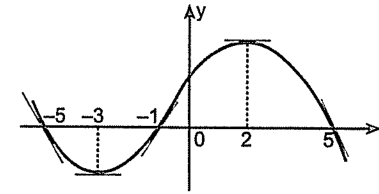
köşetaşı



Yanda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun birinci türevi olan f'(x) in işaret incelemesini yapınız.

açıklamalı çözüm

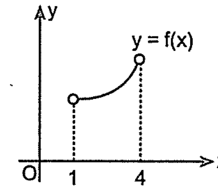
f(x) in grafiğinden f'(x) in yorumlanması



- $f'(-3) = f'(2) = 0$
- $(-\infty, -3)$ ve $(2, \infty)$ aralığında çizilen teğetler sola yatık olduğundan $f'(x) < 0$ ve f(x) azalandır.
- (−3, 2) aralığında çizilen teğet sağa yatık olduğundan $f'(x) > 0$ ve f(x) artandır.

x		−3		2	
f'(x)	−		+		−
f(x)	↘		↗		↘

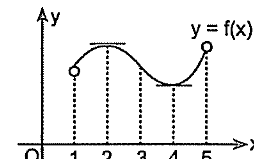
1.



Yanda grafiği verilen f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(2) = 0$ B) $f'(3) = 0$ C) $f'(4) = 0$ D) $f'(2) > 0$ E) $f'(3) < 0$

2.



y = f(x) fonksiyonunun (1, 5) aralığındaki parçası çizilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) (1, 2) aralığında azalandır.

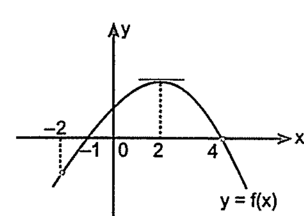
B) (2, 3) aralığında artandır.

C) (3, 4) aralığında artandır.

D) (4, 5) aralığında artandır.

E) (1, 3) aralığında artandır.

3.

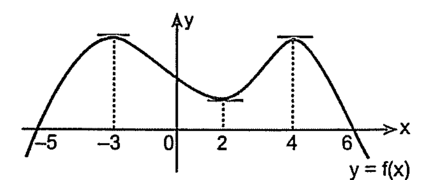


y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-2) > 0$ B) $f'(2) = 0$ C) $f'(4) < 0$ D) $f'(-1) > 0$ E) $f'(0) = 0$

karekök

4.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(2) = 0$ B) $f'(5) < 0$ C) $f'(-4) > 0$ D) $f'(-3) = 0$ E) $f'(0) > 0$

D D E E

köşetaşı

f(x) fonksiyonu (0, ∞) aralığında tanımlı negatif değerli ve artan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonların hangileri aynı aralıkta azalandır?

a) $-f(x)$ b) $f^2(x)$ c) $\frac{1}{f(x)}$ d) $f(x^2)$

açıklamalı çözüm

Köşetaşındaki soruda verilenleri yorumlayalım.

- Tanım kümesi: (0, ∞) olduğundan $x > 0$ dır.
- f(x) negatif değerli olduğundan $f(x) < 0$ dır.
- f(x) artan fonksiyon olduğundan $f'(x) > 0$ dır.

Artan - azalanlığa bakmak için verilen fonksiyonların birinci türevi alınıp, yukarıdaki bilgiler kullanılarak yorum yapılır.

a) $y = -f(x) \Rightarrow y' = -\underbrace{f'(x)}_{+} \Rightarrow y' < 0$ olduğundan azalandır.

b) $y = f^2(x) \Rightarrow y' = 2\cdot\underbrace{f(x)}_{-}\cdot\underbrace{f'(x)}_{+} \Rightarrow y' < 0$ olduğundan azalandır.

c) $y = \frac{1}{f(x)} = [f(x)]^{-1} \Rightarrow y' = -[f(x)]^{-2}\cdot f'(x) = -\frac{\overbrace{f'(x)}^{+}}{\underbrace{f^2(x)}_{+}} \Rightarrow y' < 0$ olduğundan azalandır.

d) $y = f(x^2) \Rightarrow y' = \underbrace{f'(x^2)}_{+}\cdot\underbrace{2x}_{+} \Rightarrow y' > 0$ olduğundan artandır.

1. f(x), (0, ∞) aralığında pozitif değerli ve azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta daima azalandır?

A) $f(-x)$ B) $-f(x)$ C) $2f(x)$ D) $f(-x^2)$ E) $x - f(x)$

2. $f: R^- \to R^+$

şeklinde tanımlı, azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonların hangisi aynı tanım kümesinde artandır?

A) $f(2x)$ B) $f(x) + x^2$ C) $f^2(x)$ D) $3\cdot f(x)$ E) $x\cdot f(x)$

3. $x > 0$, $f(x) < 0$ ve f(x) azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $-f(-x)$ fonksiyonu artandır.
B) $f(x^3)$ fonksiyonu artandır.
C) $f^3(x)$ fonksiyonu artandır.
D) $x^2 + f(x)$ fonksiyonu azalandır.
E) $x\cdot f(x)$ fonksiyonu azalandır.

4. I. $f^2(x)$
II. $f^3(x)$
III. $f^4(x)$

f(x) negatif değerli ve artan bir fonksiyon olduğuna göre, yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri artandır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

karekök

C E E B

köşetaşı

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Yerel Ekstremum (Yerel Maksimum ve Yerel Minimum) Noktaları

- f(x) fonksiyonu için $f'(x) = 0$ denkleminin tek katlı kökleri yerel ekstremum noktalarının apsisidir. Çift katlı köklerde ekstremum noktası yoktur.
- İşaret tablosunu soldan sağa doğru incelediğimizde f'(x) in (+) dan, (–) ye geçtiği nokta, f(x) in yerel maksimum noktası, (–) den (+) ya geçtiği nokta f(x) in yerel minimum noktasıdır.

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

$0 = 6(x^2 - x - 2)$

$0 = (x - 2)(x + 1) \Rightarrow x_1 = -1$ ve $x_2 = 2$

x		–1		2	
y'	+	0	–	0	+
y	artan	Yerel maksimum	azalan	Yerel minimum	artan

Tablodan da görüldüğü gibi $x = -1$ yerel maksimum noktasının apsisidir.

Yerel maksimum değeri : $f(-1) = -2 - 3 + 12 = 7$ dir. Yerel maksimum noktası: (–1, 7) bulunur.

$x = 2$ yerel minimum noktasının apsisidir.

Yerel minimum değeri : $f(2) = 2\cdot8 - 3\cdot4 - 12\cdot2 = -20$ dir. Yerel minimum noktası: (2, –20) bulunur.

1. $y = x^2 - 4x + 6$

fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $y = -x^2 + 6x + 10$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

3. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 10$

fonksiyonunun yerel minimum noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 14) B) (–3, 10) C) (1, 14) D) (0, 10) E) (–1, 12)

4. $f(x) = x^3 - 12x + 1$

fonksiyonunun yerel ekstremum değerleri toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

E C D B

köşetaşı

a) $f(x) = x^3 - 12x + a$ fonksiyonunun yerel minimum değeri –6 olduğuna göre, a kaçtır?

b) $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 4$ fonksiyonunun x = 1 apsisli noktada ekstremumu olduğuna göre, a kaçtır?

açıklamalı çözüm

a) $f(x) = x^3 - 12x + a$

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = -2$ ve $x = 2$ dir.

x		–2		2	
f'(x)	+	0	–	0	+
f(x)	↗		↘		↗
		maks.		min.	

Tablodan görüldüğü gibi f(x) in x = 2 için yerel minimumu vardır.
Yerel minimum değeri –6 olduğundan f(2) = –6 olmalıdır.

$f(2) = -6 \Rightarrow 2^3 - 12 \cdot 2 + a = -6$

a = 10 bulunur.

b) f(x) in, x = 1 için ekstremumu olduğuna göre, $f'(1) = 0$ dır.

$f'(x) = 3x^2 + 6ax$

$f'(1) = 3 + 6a = 0$

$a = -\frac{1}{2}$ dir.

1. $f(x) = x^2 - 2x + a$

fonksiyonunun yerel minimum değeri 7 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $f(x) = -x^2 + 8x + k$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 18 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = x^3 + 6mx^2 + 6$

fonksiyonunun x = –1 apsisli noktada ekstremumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

4. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + mx$

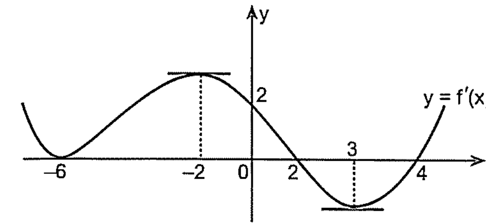
fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada ekstremumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

karekök

D B B A

köşetaşı



Yanda türevinin grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun x in hangi değerleri için yerel ekstremumu vardır?

açıklamalı çözüm

f'(x) in grafiğinden f(x) in yorumlanması

$f'(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değerleri yani grafiğin x eksenini kestiği noktalar bulunur.

Grafiğin x eksenine teğet olduğu noktada f(x) in ekstremum değeri yoktur.

- Grafik x ekseninin üst tarafında iken $f'(x) > 0$ ve f(x) artandır.
- Grafik x ekseninin alt tarafında iken $f'(x) < 0$ ve f(x) azalandır.

Köşetaşının çözümü:

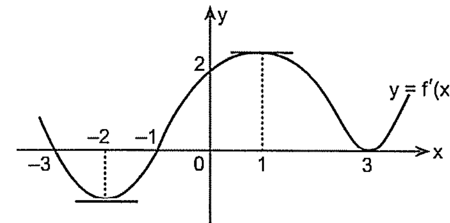
Grafiği incelersek $f'(x) = 0$ denklemini sağlayan değerler yani x eksenini kestiği noktalar x = –6, x = 2 ve x = 4 tür.

Grafik, x = –6 da x eksenine teğet olduğundan ekstremum değeri yoktur. Tabloda da işaret değişmez. Bu bilgileri işaret tablosuna aktaralım.

x		–6		2		4	
f'(x)	+		+		–		+
f(x)	↗		↗		↘		↗
				maks.		min.	

Tabloya göre, x = 2 de yerel maksimum değeri, x = 4 te yerel minimum değeri vardır.

1. - 4. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.



1. **$f'(x) = 0$ denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. **f(x) in yerel minimum noktasının apsisi kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 3

3. **f(x) in yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 3

4. I. x = 3 için f(x) in yerel ekstremumu yoktur.
II. (–1, 3) aralığında f(x) artan bir fonksiyondur.
III. (–3, –1) aralığında f(x) azalan bir fonksiyondur.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

karekök

C C A E

köşetaşı

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 2x + 5$ fonksiyonunun konveks veya konkav olduğu aralıkları bulunuz.

açıklamalı çözüm

Konveks (dış bükey) - Konkav (iç bükey)

$f: (a, b) \to R$ fonksiyonunda,

$\forall x \in (a, b)$ için, $f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ konvekstir. (dış bükey)

$\forall x \in (a, b)$ için, $f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ konkavdır. (iç bükey)

Köşetaşının çözümü:

Konveks veya konkav olduğu aralıkları bulmak için önce dönüm noktasının apsisi bulunmalıdır.

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 2x + 5$

$f'(x) = 3x^2 + 12x + 2$

$f''(x) = 6x + 12 = 0$ ise $x = -2$ dönüm noktasının apsisidir.

$f''(x)$ fonksiyonunun işaret tablosunu aşağıdaki gibi düzenleyelim.

x		−2	
f''(x)	−		+
f(x)	∩ konkav		∪ konveks

O halde,

$(-\infty, -2)$ aralığında $f''(x) < 0$ olduğundan f(x) konkav,

$(-2, \infty)$ aralığında $f''(x) > 0$ olduğundan f(x) konvekstir.

KISACA

Dış bükey fonksiyonlarda çukurluk yönü yukarı doğrudur.

∪ *Dış Bükey Eğri*

☺ *Pozitif durumlarda gülümseriz.*

İç bükey fonksiyonlarda çukurluk yönü aşağı doğrudur.

∩ *İç Bükey Eğri*

☹ *Negatif durumlarda üzülürüz.*

1. $y = x^3 + 1$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde dış bükeydir?

A) $(-2, -1)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(-1, 0)$ D) $(-\infty, 0)$ E) $(0, \infty)$

2. $y = -x^3 + 6x^2$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde iç bükeydir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(2, \infty)$ D) $(1, 2)$ E) $(0, 1)$

3. $a < 0$ olmak üzere,

$f(x) = ax^3 + 3ax^2 + 5x + 9$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde konkavdır?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(-2, -1)$ D) $(-1, \infty)$ E) $(-3, -2)$

4. $f(x) = x^3 - mx^2 + 4$

fonksiyonunun dış bükey olduğu <u>en geniş</u> aralık $(1, \infty)$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

E C D C

köşetaşı

$f(x) = x^3 - 1$ fonksiyonunun dönüm (büküm) noktasını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Dönüm Noktası

- İkinci türevin işaret değiştirdiği noktaya dönüm (büküm) noktası denir.
- f(x) in dönüm noktasını bulmak için; f(x) in ikinci türevi bulunur ve sıfıra eşitlenir.

NOT

2. türevin sıfıra eşit olduğu çift katlı köklere bakılmaz.

İşaret değişmez ki dönüm noktası olsun!

Köşetaşının çözümü:

Dönüm noktasını bulmak için fonksiyonun 2. türevi alınıp, sıfıra eşitlenir.

$f(x) = x^3 - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

$f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$ dönüm noktasının apsisidir.

Dönüm noktası f(x) in üzerinde bir nokta olduğundan,

$x = 0$ için $f(0) = 0 - 1 = -1$ dir.

Buna göre, dönüm noktası $(0, -1)$ bulunur.

1. $f(x) = x^3 - 6x^2$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = x^3 + 1$

fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x - 5$

fonksiyonunun dönüm noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 0) B) (−1, −22) C) (2, 5) D) (3, 22) E) (−2, −63)

4. $f(x) = (x + 1)^4$

fonksiyonunun dönüm noktası aşağıdakilerden hangisidir? *(Soruyu çözemediysen Açıklamalı Çözüm kısmındaki NOT'a tekrar göz at)*

A) (−1, 0) B) (1, 0) C) (2, −1) D) (1, 2) E) Yoktur

karekök

C D A E

köşetaşı

a) $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 6$ fonksiyonunun $x = -\frac{1}{2}$ apsisli noktası dönüm noktası olduğuna göre, a kaçtır?

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + a$ fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı 2 olduğuna göre, a kaçtır?

açıklamalı çözüm

a) f(x) in $x = -\frac{1}{2}$ de dönüm noktası olduğuna göre, $f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ olmalıdır.

$f(x) = ax^3 + 3x^2 + 6$

$f'(x) = 3ax^2 + 6x$

$f''(x) = 6ax + 6$

$f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 6a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = 0$

a = 2 bulunur.

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + a$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 4$

$f''(x) = 6x - 6 = 0$

x = 1 dönüm noktasının apsisidir.

Dönüm noktasının ordinatı y = 2 olduğundan, f(1) = 2 dir.

$f(1) = 1 - 3 + 4 + a = 2 \Rightarrow a = 0$ bulunur.

1. $f(x) = mx^3 + 2x^2 + 4$

fonksiyonunun x = –1 de dönüm noktası olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

2. $f(x) = x^3 - kx^2 + 6x + 4$

fonksiyonunun $x = \frac{1}{3}$ te dönüm noktası olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x + n$

fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı –10 olduğuna göre, n kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

4. $f(x) = ax^3 - 3ax^2 - x + a + 2$

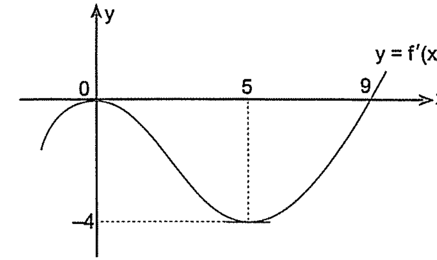
fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı 5 olduğuna göre, a kaçtır?

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –3

karekök

C A C D

köşetaşı



Yanda y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. Apsisi 5 olan noktası y = f(x) in dönüm noktasıdır.

II. Apsisi 0 olan noktası y = f(x) in dönüm noktasıdır.

III. (0, 5) reel sayı aralığında y = f(x) iç bükeydir.

önermelerinden hangileri doğrudur?

açıklamalı çözüm

f''(x) fonksiyonu f'(x) in eğimini verir.

Buna göre,

(–∞, 0) aralığında f'(x) in eğimi pozitiftir. f''(x) > 0

(0, 0) noktasında f'(x) in eğimi sıfırdır. f''(x) = 0

(0, 5) aralığında f'(x) in eğimi negatiftir. f''(x) < 0

(5, –4) noktasında f'(x) in eğimi sıfırdır. f''(x) = 0

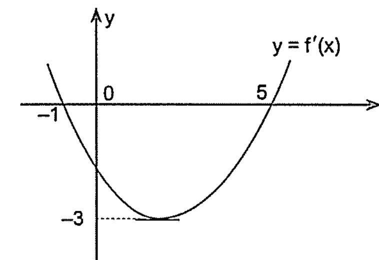
(5, ∞) aralığında f'(x) in eğimi pozitiftir. f''(x) > 0

f''(x) = 0 olduğu noktalardan apsisi 5 olan noktası dönüm noktası iken apsisi 0 olan noktası değildir. Çünkü (0, 0) noktasında f'(x), x eksenine teğet olduğundan f''(x) in çift kat kökü vardır.

f''(x) > 0 olduğu aralıklarda f(x) dış bükeydir.

f''(x) < 0 olduğu aralıklarda f(x) iç bükeydir.

Yukarıda yapılan açıklamalardan anlaşılacağı üzere, I. ve III. önermeler doğrudur.



Yukarıdaki parabol, y = f'(x) fonksiyonuna aittir.

Buna göre, aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. **f(x) in grafiğinin iç bükey olduğu en geniş reel sayı aralığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (–∞, –1) B) (–∞, 2) C) (–1, 5) D) (–3, +∞) E) (5, +∞)

2. **f(x) in kaç tane dönüm noktası vardır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. **f'(x) in kaç tane dönüm noktası vardır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

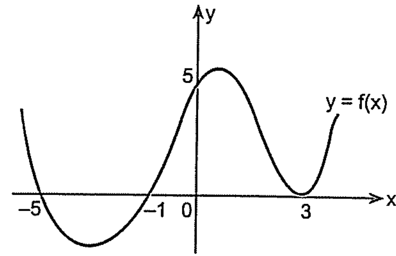
4. **f(x) in yerel maksimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 5

karekök

B B A A

köşetaşı



Yanda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = (x-1)\cdot(x+5)\cdot(x-3)^2$ B) $y = (x-1)\cdot(x-5)\cdot(x-3)^2$

C) $y = -2(x+1)\cdot(x+5)\cdot(x-3)^2$ D) $y = \frac{1}{9}(x+1)\cdot(x+5)\cdot(x-3)^2$

E) $y = \frac{1}{9}(x+1)\cdot(x+5)\cdot(x-3)$

açıklamalı çözüm

Grafiği verilen polinom tipi bir fonksiyonun denklemi bulunurken,

a) Grafiğin x eksenini kestiği noktalara,

b) Grafiğin y eksenini kestiği noktaya bakılır.

Köşetaşının çözümü:

$x = -5$ ve $x = -1$ tek katlı, $x = 3$ ise çift katlı (grafik x eksenine teğet olduğundan) köküdür.

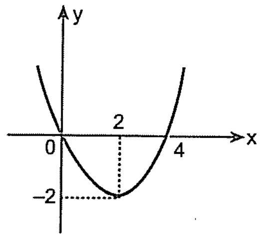
O halde, $(x+5)$ ve $(x+1)$ çarpanlarının kuvveti tek, $(x-3)$ çarpanının kuvveti ise çift olmalıdır.

$f(x) = a\cdot(x+5)\cdot(x+1)\cdot(x-3)^2$ biçiminde olabilir.

y eksenini kestiği nokta (0, 5) olduğundan $f(0) = 5$ dir.

$f(0) = a\cdot5\cdot1\cdot9 = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{9}$ olduğundan D seçeneği doğru cevaptır.

1.



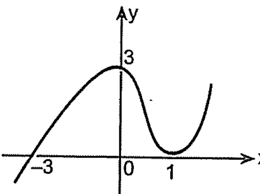
Şekilde grafiği verilen f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x(2-x)$ B) $y = 2x(x-2)$

C) $y = 2x(x-4)$ D) $y = \frac{1}{2}x(x+4)$

E) $y = \frac{1}{2}x(x-4)$

2.



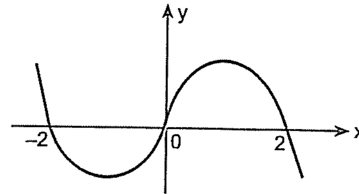
Şekilde grafiği verilen f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = (x+3)(x-1)$ B) $y = (x+3)(x-1)^2$

C) $y = (x+3)^2(x-1)$ D) $y = 2(x+3)(x-1)$

E) $y = 2(x+3)(x-1)^2$

3.

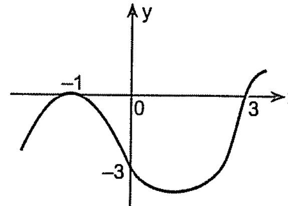


Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = x^2+4$ B) $y = 2(x^2+4)$ C) $y = x^2-4$

D) $y = 2x(x^2-4)$ E) $y = 3x(4-x^2)$

4.



Yanda grafiği verilen eğrinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3(x+1)\cdot(x-3)^2$ B) $y = 2(x+1)^2\cdot(x-3)$

C) $y = (x+1)\cdot(x-3)$ D) $y = (x+1)^2\cdot(x-3)$

E) $y = (x-3)^2\cdot(x+1)$

karekök

E	B	E	D

köşetaşı

$y = \frac{x-3}{x+1}$

fonksiyonunun a) düşey b) yatay asimptotlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Düşey ve Yatay Asimptot

P(x) ve Q(x) birer polinom olmak üzere,

$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ rasyonel fonksiyonunun,

1) $P(a) \neq 0$ ve $Q(a) = 0$ ise $x = a$ düşey asimptotudur.

2) $\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = b$ ise $y = b$ doğrusu yatay asimptotudur.

SİMETRİ MERKEZİ

Yatay ve düşey asimptotların kesim noktasına simetri merkezi denir.

$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ fonksiyonunun

x = a düşey asimptotu,

y = b yatay asimptotu

olmak üzere (a, b) noktası simetri merkezidir.

Grafik bu noktaya göre simetriktir.

Köşetaşının çözümü:

a) $y = \frac{x-3}{x+1}$ fonksiyonunda $x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$ düşey asimptotudur.

b) $y = \lim_{x \to \mp\infty} \frac{x-3}{x+1} = 1 \Rightarrow y = 1$ yatay asimptotudur.

$x = -1$ ve $y = 1$ doğrularının kesişim noktası olan (–1, 1) simetri merkezidir.

1. $f(x) = \frac{x+4}{x-1}$

fonksiyonunun düşey asimptotu x = a, yatay asimptotu y = b doğrusu olduğuna göre, a + b kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $y = \frac{3-20x}{5x-15}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–3, 4) B) (3, 4) C) (3, –4) D) (–4, 3) E) (4, 3)

3. $y = 1$ ve $x = 3$

doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini (0, 4) noktasında kesen eğrinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = \frac{x+3}{x+4}$ B) $y = \frac{x-8}{x-3}$ C) $y = \frac{x+12}{3-x}$

D) $y = \frac{x-12}{x-3}$ E) $y = \frac{8-x}{x-3}$

4. $y = \frac{ax-3x+4}{x+a-5}$

fonksiyonunun düşey asimptotu x = 3 doğrusu olduğuna göre, yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -2$ B) $y = -1$ C) $y = 1$ D) $y = 2$ E) $y = 3$

karekök

E	C	D	B

köşetaşı

a) $y=\frac{x^2-x}{x+1}$ b) $y=\frac{x^3+1}{x}$

fonksiyonlarının eğik veya eğri asimptotlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Eğik - Eğri Asimptot

$f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$ rasyonel fonksiyonunda,

P(x) in derecesi Q(x) in derecesinden büyük ise eğik veya eğri asimptot vardır.

- P(x), Q(x) e bölündüğünde bölüm R(x) olsun.
  1) R(x) in derecesi 1 ise y = R(x) eğik asimptottur.
  2) R(x) in derecesi 1 den büyük ise y = R(x) eğri asimptottur.
- (Bir rasyonel fonksiyon yatay, eğik, eğri asimptotlardan yalnız birine sahiptir.)

Köşetaşının çözümü:

a) $y=\frac{x^2-x}{x+1}$

$$\begin{array}{r|l} x^2-x & x+1 \\ \underline{-\;x^2+x} & x-2 \\ -2x & \\ \underline{-\;-2x-2} & \\ 2 & \end{array}$$

y = x − 2 birinci dereceden olduğu için eğik asimptottur.

b) $y=\frac{x^3+1}{x}$

$$\begin{array}{r|l} x^3+1 & x \\ \underline{-\;x^3} & x^2 \\ 1 & \end{array}$$

$y = x^2$ fonksiyonunun derecesi 1 den büyük olduğu için eğridir.

1. $y=\frac{2x^2+4}{x}$

eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = x B) y = 2x C) y = 2x − 1 D) y = 2x + 1 E) y = 2x + 4

2. $y=\frac{x^2+1}{x+1}$

eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = x B) y = 2x C) y = x − 1 D) y = 2x + 1 E) y = 2x + 4

3. $y=\frac{x^3-1}{x}$

eğrisinin eğri asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^2 + 1$ B) $y = x^2 - 1$ C) $y = x^2$ D) $y = 2x^2$ E) $y = 3x^2$

karekök

4. $y=\frac{x^2+6}{x-2}$

fonksiyonu için,

I. Düşey asimptotu x = 2 doğrusudur.
II. Eğik asimptotu y = x − 2 doğrusudur.
III. Asimptotlarının kesim noktası (2, 4) tür.

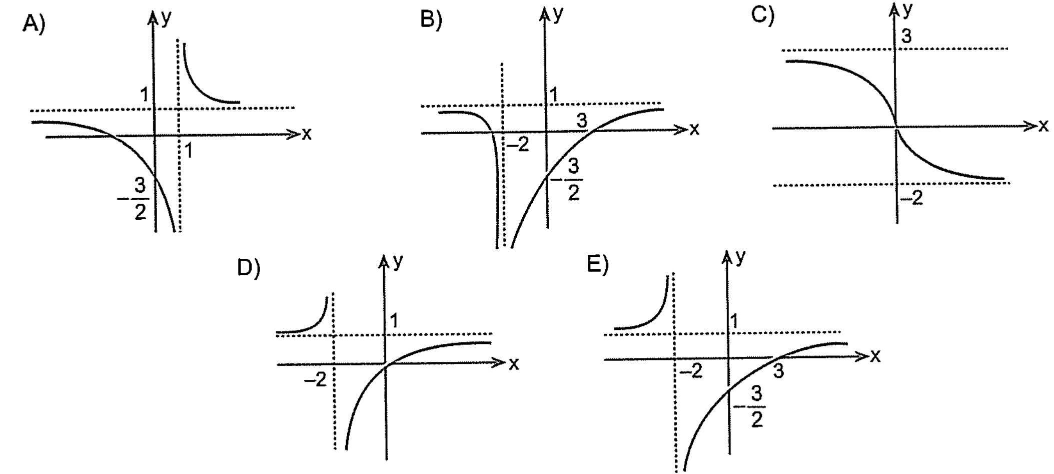
yargılarından hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

B | C | C | D

köşetaşı

$f(x)=\frac{x-3}{x+2}$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

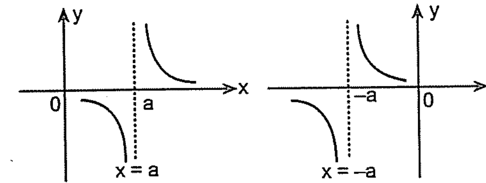


açıklamalı çözüm

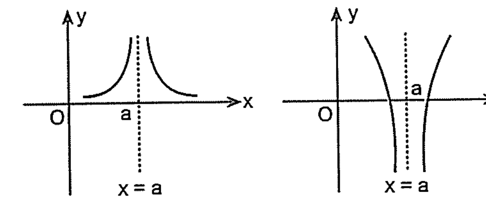
Fonksiyonda önce asimptotlara bakalım.

1. Düşey asimptot için,

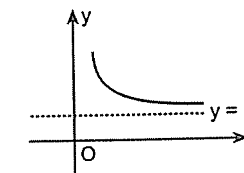
- Paydayı sıfır yapan tek katlı köklerde aşağıda gösterildiği gibi kelebek oluşur.



- Paydayı sıfır yapan çift katlı köklerde ise aşağıda gösterildiği gibi baca oluşur.



2. Yatay asimptot aşağıdaki grafikteki gibi yatay bir doğrudur.



- Ayrıca fonksiyonun eksenleri kestiği noktalara bakılır.
  Yani x = 0 için y değeri, y = 0 için x değeri bulunur.

Köşetaşının çözümü:

- x + 2 = 0 ⇒ x = −2 düşey asimptottur. O halde A ve C seçenekleri elenir.
- x = −2 tek katlı kök olduğundan kelebek oluşturmalıdır. Bu nedenle B seçeneği de elenir.
- $y=\lim_{x\to\mp\infty}\frac{x-3}{x+2}=1 \Rightarrow y=1$ yatay asimptottur.

  D ve E seçeneklerinde de yatay asimptot y = 1 dir.
- D ve E seçeneklerinden birini elemek için fonksiyonun eksenleri kestiği noktalara bakalım.

  y = 0 için x = 3,

  x = 0 için $y=-\frac{3}{2}$ olacağından,

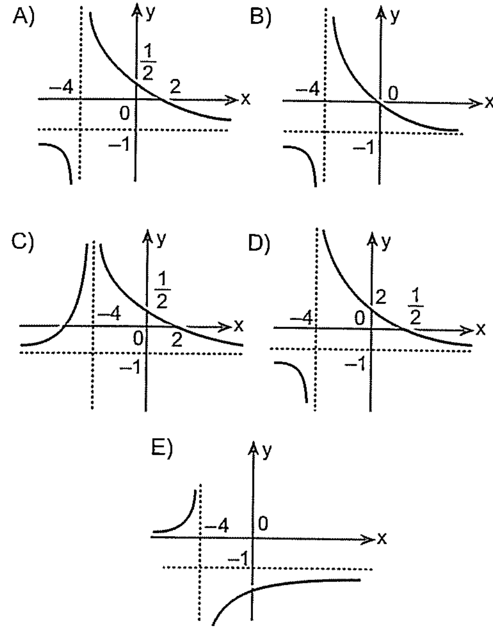
  grafik (3, 0) ve $\left(0,-\frac{3}{2}\right)$ noktalarından geçmelidir.

  Buna göre, doğru cevap E seçeneğidir.

karekök

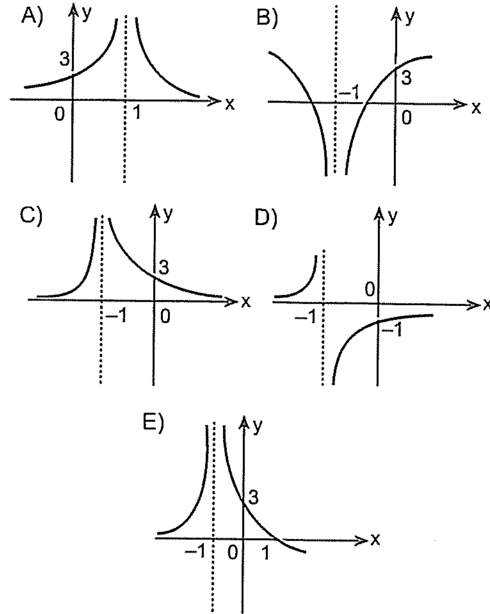
1. $f(x)=\dfrac{2-x}{x+4}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



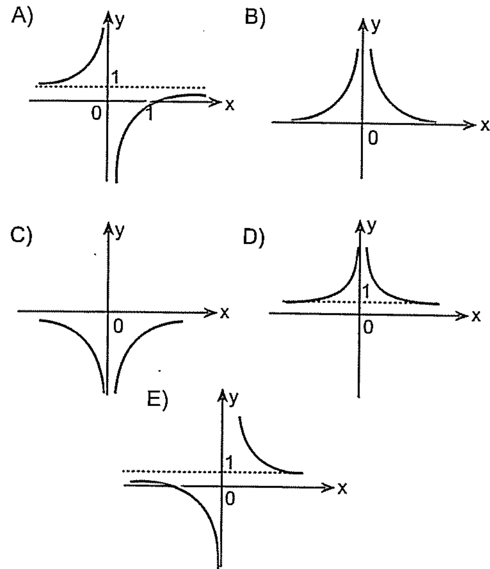
3. $f(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



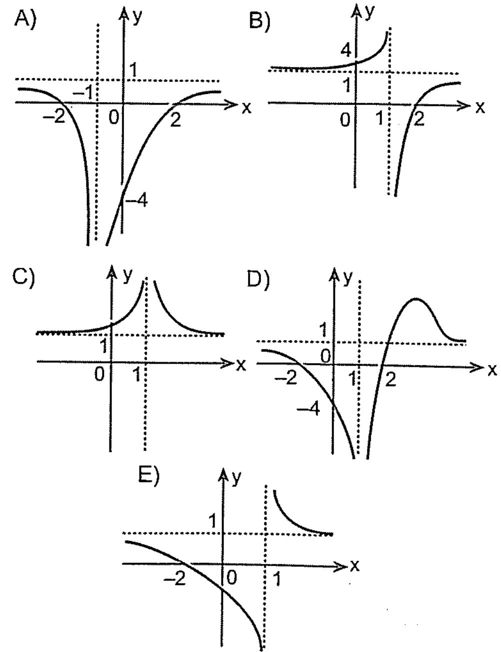
2. $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. $f(x)=\dfrac{x^2-4}{(x-1)^2}$

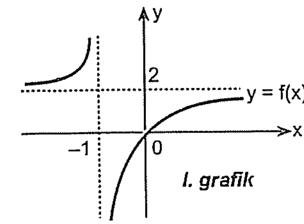
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

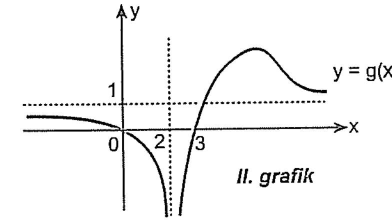


karekök

A E C D

köşetaşı





Yanda verilen grafikler hangi fonksiyonlara ait olabilir?

açıklamalı çözüm

Grafikteki bazı noktalar sonuca ulaşmamızı sağlar. Eksenleri kestiği noktaların bilinmesi veya asimptotların belirlenmesi gibi.

I. grafikte y = f(x) fonksiyonu için,

y = 2 yatay asimptot, x = –1 düşey asimptottur. (Kelebek oluştuğundan paydada tek katlı kök olmalıdır.)

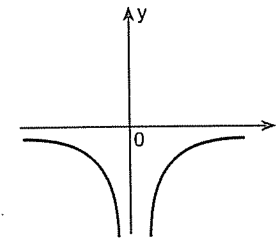
Fonksiyon (0, 0) dan geçmektedir. O halde, $f(x)=\dfrac{2\cdot x}{x+1}$ biçiminde olabilir.

II. grafikte y = g(x) fonksiyonu için,

y = 1 yatay asimptotudur. x = 2 düşey asimptotudur. (Baca oluştuğundan paydada çift katlı kök olmalıdır.)

Fonksiyon (0, 0) ve (3, 0) noktalarından geçmektedir. O halde, $g(x)=\dfrac{x\cdot(x-3)}{(x-2)^2}$ biçiminde olabilir.

1.

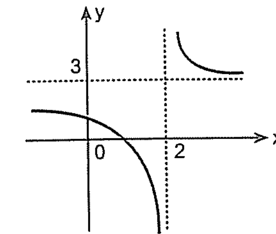


Yanda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $y=\dfrac{1}{x}$ B) $y=-\dfrac{1}{x}$ C) $y=-\dfrac{3}{x^2}$

D) $y=\dfrac{1}{x^2}$ E) $y=\dfrac{2}{x^3}$

2.

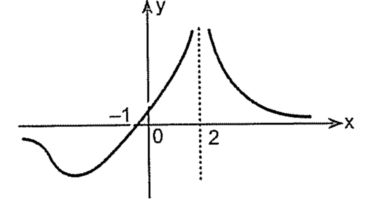


Grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ B) $y=\dfrac{3x-1}{(x-2)^2}$ C) $y=\dfrac{x-1}{x-2}$

D) $y=\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$ E) $y=\dfrac{3x+3}{x-2}$

3.

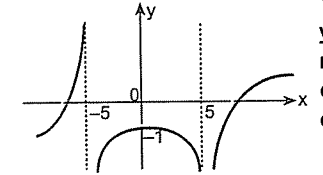


Yukarıda grafiği verilen eğrinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ B) $y=\dfrac{(x+1)^2}{(x-2)^2}$ C) $y=\dfrac{x+1}{(x-2)^2}$

D) $y=\dfrac{2x+1}{(x-2)^2}$ E) $y=\dfrac{x-2}{(x+1)^2}$

4.



Yanda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=\dfrac{x+25}{x-25}$ B) $y=\dfrac{x^2-5}{(x-5)^2(x+5)}$

C) $y=\dfrac{x-25}{25-x^2}$ D) $y=\dfrac{x^2-125}{(x-5)(x+5)^2}$

E) $y=\dfrac{x^2-125}{(x-5)^2(x+5)}$

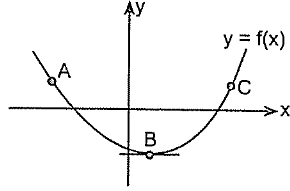
karekök

C A C E

1. **A(–4, 5) ve B(–2, 6) noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?**

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) eğrisinin A, B, C noktalarındaki teğetlerinin eğimleri sırasıyla m_A, m_B, m_C dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m_B < m_A < m_C$ B) $m_A < m_B < m_C$

C) $m_C < m_A < m_B$ D) $m_C < m_B < m_A$

E) $m_A < m_C < m_B$

3. $f(x) = -x^2 - 6x + 5$

fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

4. **$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ eğrisine üzerindeki x = –1 apsisli noktadan çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = x B) y = x + 2 C) y = x – 2

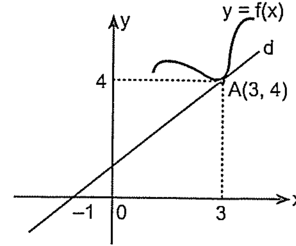
D) y = –x + 1 E) y = x – 1

5. **$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ eğrisine üzerindeki x = –1 apsisli noktadan çizilen normal denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y = –x B) y = x – 3 C) y = x + 3

D) y = x – 1 E) y = x + 1

6.



Yukarıdaki grafikte d doğrusu y = f(x) fonksiyonuna A(3, 4) noktasında teğettir.

$g(x) = x^3 \cdot f(x)$ olduğuna göre, g′(3) kaçtır?

A) 125 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

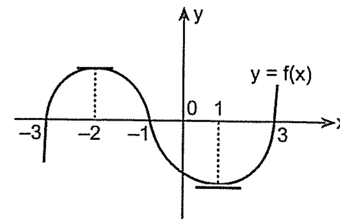
7. f : R → R

$f(x) = x^2 + 6x$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) (–∞, –3) B) (–2, 2) C) (–3, 3)

D) (0, 1) E) (3, ∞)

8.



Yukarıdaki grafikte y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre;

I. (–3, –2) aralığında f′(x) > 0 dır.

II. (–1, 1) aralığında f(x) azalandır.

III. (1, 3) aralığında f′(x) < 0 dır.

IV. (–2, –1) aralığında f(x) artandır.

yargılarından hangileri doğrudur?

A) I ve II B) I ve IV C) II ve III

D) II ve IV E) I, II ve III

9. $f : R^+ \to R^-$

tanımlı y = f(x) fonksiyonu artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı tanım kümesinde <u>daima</u> azalandır?

A) –f(–x + 1) B) x.f(x) C) $f^2(x)$

D) 2f(x) E) f(x + 2)

10. **$f(x) = x^2 - 4x + 6$ fonksiyonunun yerel ekstremum değeri kaçtır?**

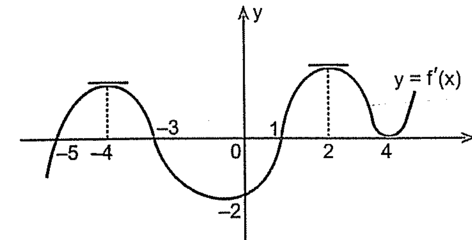
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $f(x) = 2x^3 - 3mx^2 + 6$

fonksiyonunun x = –2 için ekstremumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

12.



Yukarıda y = f′(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun kaç farklı x değeri için yerel ekstremumu vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

13. $y = x^3 - 8$

fonksiyon eğrisi aşağıdaki aralıkların hangisinde konvekstir?

A) (–2, –1) B) (–∞, –1) C) (–1, 0)

D) (0, ∞) E) (–∞, 0)

14. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 9$

fonksiyonunun dönüm noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 5) B) (–2, 7) C) (7, –2)

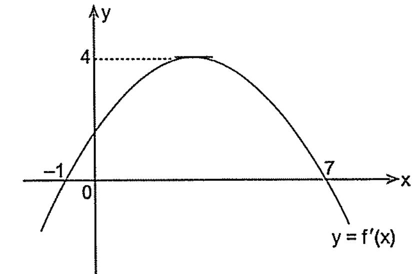
D) (–1, 4) E) (1, –2)

15. $f(x) = x^3 - 6x^2 + n$

eğrisinin dönüm noktasının ordinatı –15 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16.



Yukarıda verilen parabol y = f′(x) fonksiyonuna aittir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) Apsisi 3 olan noktası f(x) in dönüm noktasıdır.

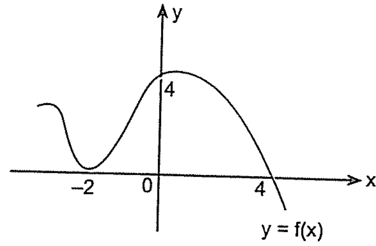
B) Apsisi –1 olan noktası f(x) in yerel minimum noktasıdır.

C) (–1, 7) aralığında f(x) artandır.

D) (4, 7) aralığında f(x) iç bükeydir.

E) (–∞, 7) aralığında f(x) dış bükeydir.

17.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = -\frac{1}{4}\cdot(x+2)(x-4)$

B) $y = -\frac{1}{4}\cdot(x+2)(x-4)^2$

C) $y = -\frac{1}{4}\cdot(x-4)(x+2)^2$

D) $y = 4\cdot(x-4)(x+2)^2$

E) $y = -4\cdot(x-4)(x+2)^2$

18. $f(x) = \frac{x^2-4x+1}{x.(x+1)}$

fonksiyonunun asimptotları x = m, x = n ve y = k doğruları olduğuna göre, m + n + k toplamı kaçtır?

A) −4 B) −3 C) −1 D) 0 E) 2

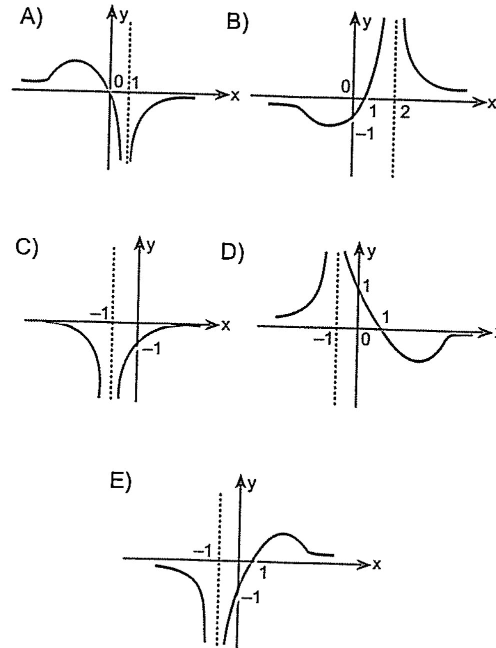
19. $f(x) = \frac{3x^2-5}{x}$

eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

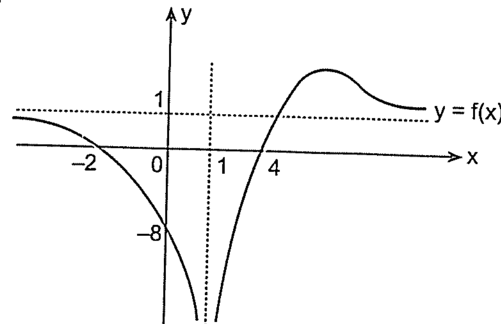
A) y = 2x B) y = 3x C) y = x − 1 D) y = 3x − 1 E) y = 3x + 1

20. $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



21.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{x^2+x-2}{x-1}$

B) $y = \frac{2x^2-4x-16}{(x-1)^2}$

C) $y = \frac{x^2-2x-8}{x-1}$

D) $y = \frac{x^2+2x-8}{(x-1)^2}$

E) $y = \frac{x^2-2x-8}{(x-1)^2}$

1 D 2 B 3 C 4 D 5 C 6 C 7 A 8 A 9 C 10 C 11 C 12 D 13 D 14 B 15 B 16 E 17 C 18 D 19 B 20 E 21 E

1. $f(x) = x^2 + x - 12$

parabolünün x eksenini kestiği noktalardaki teğetinin eğimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) −8 B) −7 C) −6 D) −5 E) −4

2. x < 0 olmak üzere,

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x$

fonksiyonunun hangi noktasındaki teğeti x eksenine paraleldir?

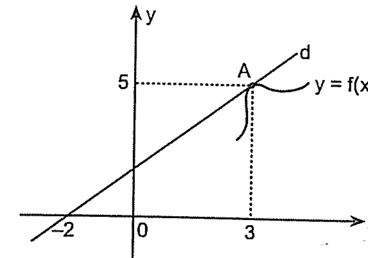
A) (−1, 18) B) (−2, 20) C) (−1, 28) D) (−2, 28) E) (−2, 30)

3. $f(x) = mx^3 + nx^2 + 2x + 1$

eğrisi üzerindeki x = 2 apsisli noktadan çizilen teğetin denklemi y = 10x + k olduğuna göre, 3m + n toplamı kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4.



Yukarıda d doğrusu, y = f(x) fonksiyonuna A(3, 5) noktasında teğettir.

$g(x) = \frac{x^2+f(x)}{x}$

fonksiyonunun x = 3 noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) $\frac{11}{9}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

5. $f(x) = 3x^2 + ax$

fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada ekstremum değerinin olması için a kaç olmalıdır?

A) −12 B) −8 C) −6 D) 4 E) 10

6. f(x) fonksiyonu (−∞, 0) aralığında, negatif tanımlı, artan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima artandır?

A) x − f(x) B) $\frac{f(x)}{x}$ C) −f(x) D) $f(x^2)$ E) $x^2f(x)$

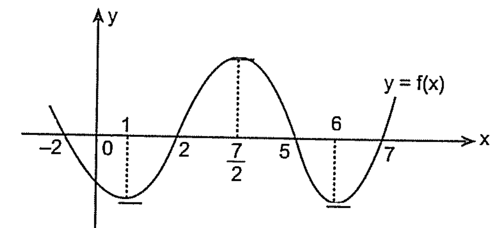
7. f: R → R

$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + ax$

fonksiyonu (−∞, ∞) aralığında daima azalan olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a \le -\frac{2}{3}$ B) $a > -\frac{2}{3}$ C) $a = -\frac{2}{3}$ D) a = 3 E) $a \le \frac{2}{3}$

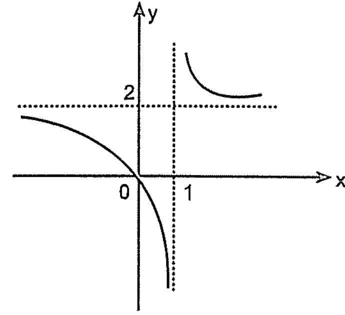
8.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f''\left(\frac{11}{2}\right) > 0$ B) $f''\left(\frac{7}{2}\right) < 0$ C) $f''(0) > 0$ D) $f''(4) < 0$ E) $f''(6) < 0$

9.

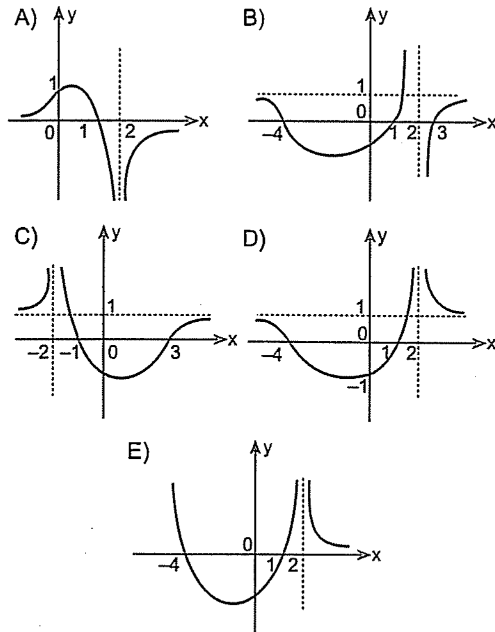


Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun düşey asimptotu x = a, yatay asimptotu y = b olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

10. $y=\frac{(x+4)\cdot(x-1)}{(x-2)^2}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



11. $y=\frac{x^2-x+5}{x+1}$

eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

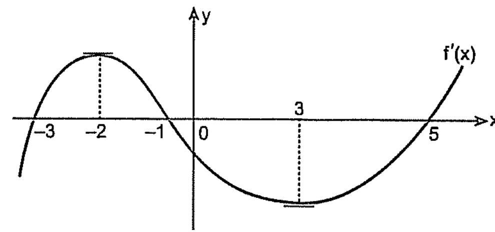
A) y = x B) y = x + 1 C) y = x − 2 D) y = x − 3 E) y = x + 2

12. $f(x)=\frac{mx-4}{2x-n}$

fonksiyonunun simetri merkezi (1, 2) olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

13.



Yukarıdaki grafikte f'(x) in grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A) (3, 5) aralığında f(x) azalandır.

B) (–3, –1) aralığında f(x) artandır.

C) x = –3 ve x = 5, f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktalarının apsisidir.

D) x = –1, f(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisidir.

E) x = –2, f(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisidir.

14. x = 4 ve y = 2 doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini –1 ordinatlı noktada kesen eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\frac{2x+4}{x-4}$ B) $y=\frac{2x-4}{x-4}$ C) $y=\frac{2x+4}{x+4}$ D) $y=\frac{x-2}{x-4}$ E) $y=\frac{x+2}{x+4}$

karekök

1	B	2	D	3	D	4	B	5	A	6	E	7	A	8	E	9	D	10	D	11	C	12	C	13	E	14	A

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. x eksenini kestiği noktalar, f(x) = 0 denkleminin kökleridir.

$f(x)=0$

$x^2+x-12=0$

$(x+4)\cdot(x-3)=0$

$x_1=-4$ ve $x_2=3$ bulunur.

$f(x)=x^2+x-12$

$f'(x)=2x+1$

$x_1=-4$ için teğetin eğimi $f'(-4)=-7$

$x_2=3$ için teğetin eğimi $f'(3)=7$ dir.

Yanıt B

2. x eksenine paralel doğruların eğimi 0 dır.

$f(x)=x^3-3x^2-24x$

$f'(x)=3x^2-6x-24=0$

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)\cdot(x+2)=0$

$x_1=4,\ x_2=-2$

x < 0 olduğundan $x_2=-2$ değeri alınır.

$f(-2)=(-2)^3-3\cdot(-2)^2-24\cdot(-2)$

$=-8-12+48=28$ dir.

x eksenine paralel olan teğetin fonksiyona değdiği nokta (–2, 28) bulunur.

Yanıt D

3. y = 10x + k doğrusunun eğimi x in katsayısı olan 10 dur.

x = 2 den çizilen teğetin eğimi 10 olduğundan,

$f'(2)=10$ olur.

$f(x)=mx^3+nx^2+2x+1$

$f'(x)=3mx^2+2nx+2$

$f'(2)=12m+4n+2=10$

$12m+4n=8$

$3m+n=2$ bulunur.

Yanıt D

4. o (–2, 0) ve (3, 5) noktalarından geçen doğrunun eğimi $m=\frac{5-0}{3-(-2)}=1$ dir.

o Teğetin eğimi fonksiyonun o noktasındaki türevi olduğundan $f'(3)=1$ dir.

o y = f(x) eğrisi (3, 5) noktasından geçtiği için $f(3)=5$ tir.

$g(x)=\frac{x^2+f(x)}{x} \Rightarrow g'(x)=\frac{(2x+f'(x))\cdot x-(x^2+f(x))}{x^2}$

$=\frac{x^2+x\cdot f'(x)-f(x)}{x^2}$

$g'(3)=\frac{3^2+3\cdot f'(3)-f(3)}{3^2}=\frac{9+3\cdot1-5}{9}=\frac{7}{9}$ dur.

Yanıt B

5. $f(x)=3x^2+ax$ fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada ekstremum değerinin olması için,

$f'(2)=0$ olmalıdır.

$f(x)=3\cdot x^2+ax$

$f'(x)=6x+a$

$f'(2)=6\cdot2+a=0$

$a=-12$ dir.

Yanıt A

6. x < 0, f(x) < 0 ve f'(x) > 0 (f(x) artan olduğu için) dir. Seçeneklerdeki fonksiyonların türevlerini alalım.

A) $(x-f(x))'=1-\underbrace{f'(x)}_{+}$, daima artan veya azalan yorumu yapılamaz.

B) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)'=\frac{\overbrace{f'(x)\cdot x}^{-}-\overbrace{f(x)}^{-}}{x^2}$, daima artan ve azalan yorumu yapılamaz.

C) $(-f(x))'=-\underbrace{f'(x)}_{+}=-$, olduğundan daima azalandır.

D) $(f(x^2))'=\underbrace{f'(x^2)}_{+}\cdot\underbrace{2x}_{-}=-$, olduğundan daima azalandır.

E) $(x^2\cdot f(x))'=\underbrace{\underbrace{2x}_{-}\cdot\underbrace{f(x)}_{-}}_{+}+\underbrace{\underbrace{f'(x)}_{+}\cdot\underbrace{x^2}_{+}}_{+}=+$, olduğundan daima artandır.

Yanıt E

karekök

7. $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + ax$ daima azalan olduğuna göre, her x değeri için $f'(x) < 0$ dır.

$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + ax$

$f'(x) = -6x^2 + 4x + a < 0$

$6x^2 - 4x - a > 0$

eşitsizliğinin daima sağlanması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$(-4)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-a) \leq 0$

$16 + 24a \leq 0$

$24a \leq -16$

$a \leq -\frac{16}{24}$

$a \leq -\frac{2}{3}$ tür.

Yanıt A

8. Grafik incelendiğinde fonksiyonun (–2, 2) ve (5, 7) aralıklarında konveks olduğundan $f''(x) > 0$, (2, 5) aralığında konkav olduğunda $f''(x) < 0$ olduğu görülür. Buna göre, A, B, C ve D seçenekleri doğruyken E seçeneği yanlıştır.

Yanıt E

9. x = 1 için düşey asimptot, y = 2 için yatay asimptot vardır.

Buna göre, a = 1, b = 2 ve $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt D

10. Fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer çift katlı kök olduğundan x = 2 de baca oluşmalıdır. B ve C seçenekleri bu sebepten elenir.

$y = \lim_{x \to \infty} y = \lim_{x \to \infty} \frac{(x+4) \cdot (x-1)}{(x-2)^2}$

$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4x + 4} = 1$

olduğundan, yatay asimptotu y = 1 dir. O halde, A ve E seçenekleri de elenir.

Yanıt D

11. Pay, paydaya bölünür. Bölme işlemindeki bölüm eğik asimptottur.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x + 5 & x + 1 \\ -\ x^2 + x & \overline{x - 2} \\ \hline -2x + 5 & \\ -\ -2x - 2 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

y = x – 2 bulunur.

Yanıt C

12. x = a düşey asimptot, y = b yatay asimptot ise (a, b) simetri merkezidir.

$2x - n = 0 \Rightarrow x = \frac{n}{2}$ düşey asimptot,

$y = \lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{mx - 4}{2x - n} = \frac{m}{2}$ yatay asimptot

ise simetri merkezi $\left(\frac{n}{2}, \frac{m}{2}\right)$ dir.

$\left(\frac{n}{2}, \frac{m}{2}\right) = (1, 2)$

$\frac{n}{2} = 1 \Rightarrow n = 2$ ve $\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4$

m + n = 6 bulunur.

Yanıt C

13. $f'(x)$ in x eksenini kestiği noktaların apsisleri x = –3, x = –1 ve x = 5 tir.

- (–3, –1) ve (5, ∞) aralıklarında $f'(x) > 0$ dır. (x ekseninin üzerinde olduğundan)
- (–∞, –3), (–1, 5) aralığında $f'(x) < 0$ dır. (x ekseninin altında)

Bu bilgileri tabloya aktaralım.

x		–3		–1		5	
f'(x)	–		+		–		+
f(x)	↘		↗		↘		↗
		min.		maks.		min.	

Tabloya göre, A, B, C, D seçenekleri doğrudur. x = –2, f(x) in yerel maksimum noktasının apsisi olmadığından doğru seçenek E dir.

Yanıt E

14.
- x = 4 düşey asimptotu olduğundan C ve E seçenekleri elenir.
- D seçeneği de,

  $y = \frac{x-2}{x-4} \Rightarrow y = \lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{x-4} = 1$

  olduğundan elenir.
- Fonksiyon (0, –1) noktasından geçtiği için, B seçeneği elenir.

Yanıt A

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 12x$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) (–∞, –5) B) (–4, 3) C) (5, 6) D) (3, 4) E) (4, ∞)

2. $f(x) = x^3 - mx^2 + x - 5$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi 2 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

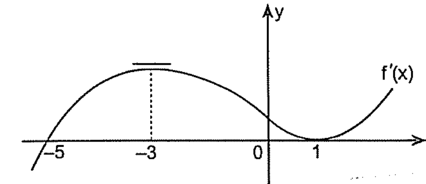
A) –23 B) –21 C) –19 D) –17 E) –15

3. $f(x) = mx^2 + 4x + 7$

fonksiyonunun x = 3 teki normali x ekseni ile pozitif yönde 135° lik açı yaptığına göre, m kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) –2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

4.



Yukarıda 3. dereceden bir fonksiyon olan $f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

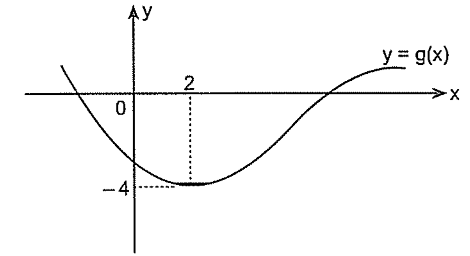
A) (–3, 1) aralığında f(x) konkavdır.
B) (–5, –3) aralığında f(x) konvekstir.
C) (1, ∞) aralığında f(x) konvekstir.
D) x = –3 ve x = 1, f(x) in dönüm noktasıdır.
E) $f''(0) > 0$ dır.

5. $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1}$

eğrisinin asimptotları ile Ox ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6.



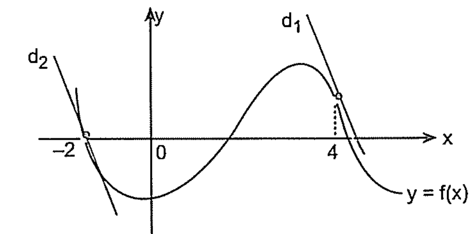
Yukarıda y = g(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(4x-5) = \frac{g^2(2x)}{x}$

olduğuna göre, f'(–1) kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

7.



Şekildeki $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 5a$ eğrisinin x = –2 ve x = 4 apsisli noktalarındaki teğetleri paralel olduğuna göre, a kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

karekök

8. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + k$

eğrisinin dönüm noktası y = x – 4 doğrusu üzerinde olduğuna göre, k kaçtır?

A) –3 B) –4 C) –5 D) –6 E) –7

9. $f(x) = \dfrac{2x^2 + mx - 4}{x - 2}$

fonksiyonunun eğik asimptotu y = 2x + 1 doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) –3 B) –4 C) –5 D) –6 E) –7

10. **$f(x) = x^3 - mx^2 + 5$ fonksiyonunun x = –2 noktasındaki teğeti x + 2y + 6 = 0 doğrusuna dik olduğuna göre, m kaçtır?**

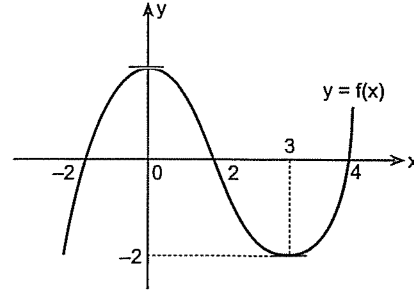
A) –3 B) $-\dfrac{5}{2}$ C) $-\dfrac{1}{2}$ D) 2 E) 3

11. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 9x$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi ile ordinatının çarpımı kaçtır?

A) 11 B) 7 C) 0 D) –7 E) –11

12.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

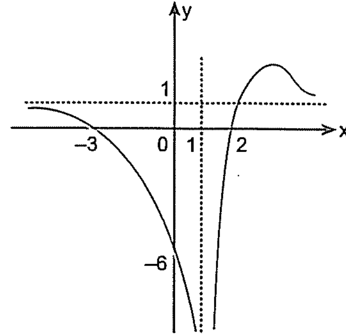
A) f′(1) < 0 B) f′(0) = 0 C) f′(3) = 0 D) f″(0) > 0 E) f″(3) > 0

13. $f(x) = 2x^3 - mx^2 + 4x - 2$

fonksiyonunda f′(x) fonksiyonunu minimum yapan değerin –2 olması için m aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) –6 B) –10 C) –12 D) –15 E) –16

14.



Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

A) $y = \dfrac{2(x^2 - x - 6)}{(x-1)^2}$ B) $y = \dfrac{x^2 - x - 6}{(x-1)^2}$

C) $y = \dfrac{x^2 + x - 6}{(x+1)^2}$ D) $y = \dfrac{x^2 + x - 6}{(x-1)^2}$

E) $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

karekök

1 B 2 C 3 C 4 E 5 C 6 B 7 C 8 C 9 A 10 B 11 B 12 D 13 C 14 D

ÖSYS SORULAR

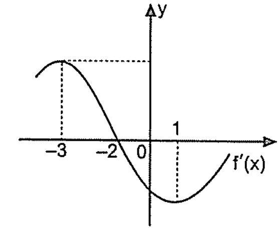
1. f ve g bir I aralığında türevli olan fonksiyonlardır.

Bu fonksiyonlar için aşağıdaki bağıntılardan hangisi sağlanırsa g(x)·f(x) çarpımı I aralığında artandır?

A) f′(x) > g(x)
B) f′(x)·g(x) > –f(x)·g(x)
C) f′(x)·g(x) > –f′(x)·g′(x)
D) f(x)·g′(x) > –f′(x)·g(x)
E) f(x)·g(x) > –f′(x)·g(x)

(ÖYS 1987)

2.



Yukarıdaki eğri, f(x) fonksiyonunun f′(x) türevinin eğrisidir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi f(x) fonksiyonunun ekstremum (yerel maksimum, minimum) noktalarından birinin apsisidir?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

(ÖYS 1988)

3. **Denklemi $y = x^3 + ax^2 + (a + 7)x - 1$ olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 ise, ordinatı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(ÖYS 1993)

4. **y < 0 olmak üzere, $x^2 + y^2 = 9$ çemberinin $x = \sqrt{3}$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

A) $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

(ÖYS 1993)

5. **Denklemi f(x) = sin(cos5x) olan eğrinin $x = \dfrac{\pi}{10}$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?**

A) $-\dfrac{4}{5}$ B) $-\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{1}{5}$ D) $\dfrac{2}{5}$ E) $\dfrac{4}{5}$

(ÖYS 1993)

6. **Denklemi $f(x) = \dfrac{x^2 + mx}{x - 1}$ olan fonksiyonun x = 3 noktasında ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1994)

7. m, n ∈ R olmak üzere, f : R → R fonksiyonu

$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx$ ile tanımlıdır.

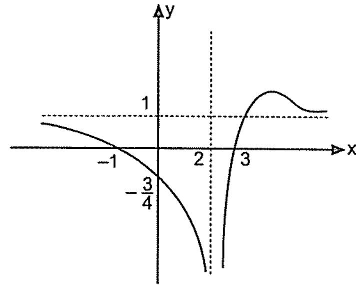
f fonksiyonunun $x_1 = 2$ ve $x_2 = 3$ noktalarında yerel ekstremumu olduğuna göre, n – m farkı kaçtır?

A) –1 B) 4 C) $\dfrac{7}{2}$ D) $\dfrac{9}{2}$ E) $\dfrac{17}{5}$

(ÖYS 1996)

karekök

8.



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

A) $y=\dfrac{x^2+x-3}{(x-2)^2}$ B) $y=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-2)^2}$

C) $y=\dfrac{x^2-2x-3}{2(x+2)}$ D) $y=\dfrac{x^2-x-3}{(x+2)^2}$

E) $y=\dfrac{x^2-3x-2}{(x-2)^2}$

(ÖYS 1996)

9. k nın hangi aralıktaki değerleri için $y=\dfrac{kx+1}{x+k}$ fonksiyonu <u>daima</u> eksilendir (azalandır)?

A) $-\infty < k < -2$ B) $-2 < k < -1$

C) $-1 < k < 1$ D) $1 < k < 2$

E) $0 < k < 2$

(ÖYS 1996)

10. $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 6x^2 + kx$ veriliyor.

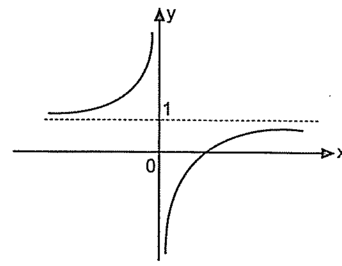
f(x) fonksiyonu $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan olduğuna göre, k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $k = -7$ B) $k = -1$ C) $k < -2$

D) $k < 6$ E) $k > 12$

(ÖYS 1997)

11.



Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonların hangisine ait olabilir?

A) $y=\dfrac{x-1}{x}$ B) $y=\dfrac{x+1}{x}$ C) $y=\dfrac{x}{x-1}$

D) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ E) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$

(ÖYS 1997)

12. $y = x^3 + ax^2 + b$ fonksiyonunun grafiği apsisi −4 olan noktada x eksenine teğet olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?

A) 30 B) 24 C) 16 D) −32 E) −48

(ÖYS 1998)

13. $a \neq 0$ olmak üzere,

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonu ile ilgili olarak;

I. Büküm (dönüm) noktası vardır.

II. Yerel minimum noktası vardır.

III. Yerel maksimum noktası vardır.

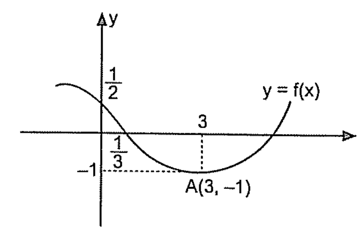
yargılarından hangileri <u>her zaman</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

(ÖYS 1998)

14.



Yukarıdaki grafikte, A(3, −1) noktası f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktası ve $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, h'(3) ün değeri kaçtır?

(h'(x) , h(x) in türevi)

A) −1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{9}$

(ÖYS 1998)

15. $f(x)=\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+5$

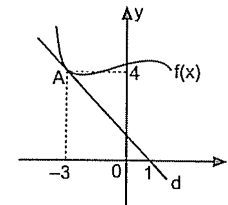
fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) $\left(-\frac{3}{2},-1\right)$ B) $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{2},0\right)$

D) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

(ÖSS 2006 II)

16.



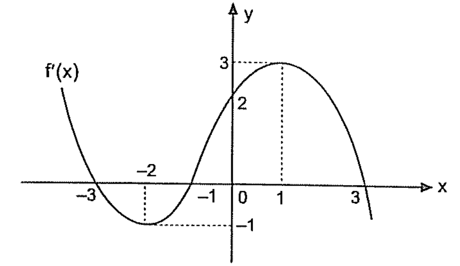
Şekildeki d doğrusu, f(x) fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

h(x) = x.f(x) olduğuna göre, h'(−3) kaçtır?

A) −4 B) −2 C) 0 D) 2 E) 7

(ÖSS 2006 II)

17. Aşağıda, her noktada türevlenebilir bir f fonksiyonunun <u>türevinin</u> (f' nün) grafiği verilmiştir.



Yukarıdaki verilere uygun olarak alınacak her <u>f fonksiyonu</u> için aşağıdakilerden hangisi <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) $-2 < x < -1$ aralığında artandır.

B) $0 < x < 3$ aralığında azalandır.

C) $x = 1$ de bir yerel maksimumu vardır.

D) $x = -1$ de bir yerel maksimumu vardır.

E) $x = -3$ te bir yerel maksimumu vardır.

(ÖSS 2007 II)

18. $y = 7x - k$ doğrusu $y=\dfrac{x^4}{4}-x+2$ fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre, k kaçtır?

A) −9 B) −8 C) −7 D) 8 E) 10

(ÖSS 2008 II)

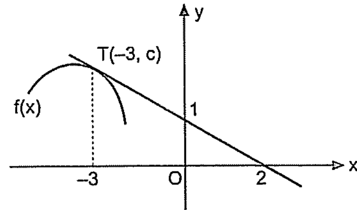
19. $f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3$ fonksiyonunun $x = -1$ de yerel ekstremum ve $x=\dfrac{-1}{12}$ de dönüm (büküm) noktası olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

A) −3 B) −2 C) 4 D) 6 E) 12

(ÖSS 2008 II)

karekök

20.



Yukarıdaki şekilde, f(x) fonksiyonunun bir parçasının grafiği ve T(–3, c) noktasındaki teğet doğrusu verilmiştir.

k(x) = ln(f(x)) olduğuna göre, k'(x) türev fonksiyonunun x = –3 teki değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-1}{5}$ C) $\frac{-2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

(ÖSS 2009 II)

21. $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

fonksiyonunun $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ aralığındaki maksimum değeri kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

(LYS 2010)

22. $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin bir noktasındaki teğet doğrusunun denkleminin y = 4 olması için a kaç olmalıdır?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

(LYS 2010)

23. $y^2 = 4x$ parabolüne üzerinde bulunan A(x, y) noktasından çizilen teğetin eğimi 1 dir.

Buna göre, A noktasının koordinatlarının toplamı olan x + y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(LYS 2010)

24. $y = x^2 + bx + c$ parabolüne x = 2 noktasında teğet olan doğru y = x ise b + c toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

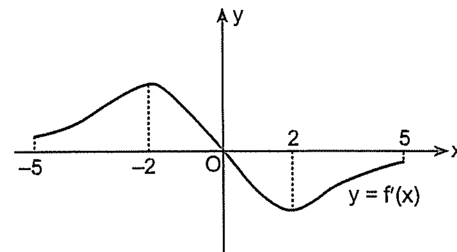
(LYS 2010)

25. $y = \sin(\pi x) + e^x$ eğrisine x = 1 noktasında çizilen teğet y eksenini hangi noktada keser?

A) $-\pi$ B) –1 C) 0 D) e – 1 E) π

(LYS 2011)

26. Aşağıda, [–5, 5] aralığı üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Bu grafiğe göre,

I. f fonksiyonu x > 0 için azalandır.

II. f(–2) > f(0) > f(2) dir.

III. f fonksiyonunun x = –2 ve x = 2 noktalarında yerel ekstremumu vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

(LYS 2011)

1	D	2	D	3	D	4	C	5	C	6	B	7	C	8	B	9	C	10	E	11	A	12	D	13	A
14	E	15	D	16	E	17	E	18	E	19	A	20	B	21	C	22	A	23	C	24	D	25	E	26	A

BÖLÜM 4

Maksimum - Minimum Problemleri

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Toplamları verilen iki değişkene bağlı bir ifadenin türevden yararlanarak en küçük veya en büyük değerini hesaplar.
2. Çarpımları verilen iki değişkene bağlı bir ifadenin türevden yararlanarak en küçük veya en büyük değerini hesaplar.
3. Çevresi verilen bir dikdörtgenin alanının en küçük veya en büyük değerini hesaplar.
4. Alanı verilen bir dikdörtgenin çevresinin en küçük veya en büyük değerini hesaplar.
5. Bir eğrinin koordinatları toplamı en küçük veya en büyük olan noktasını bulur.
6. Köşeleri bir parabol üzerinde bulunan bir dikdörtgenin alanının en büyük değerini hesaplar.
7. y = f(x) eğrisinin belli bir noktaya en yakın noktasını bulur.
8. $y = \frac{k}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktalarını bulur.
9. Çapı verilen bir çember üzerinde köşeleri bulunan en büyük alanlı dikdörtgenin boyutlarını hesaplar.
10. Çapı verilen bir yarım çemberin içine yerleştirilen en büyük alanlı üçgenin boyutlarını hesaplar.
11. Çapı verilen bir çeyrek çemberin içine yerleştirilen en büyük alanlı üçgenin boyutlarını hesaplar.
12. Çapı verilen bir yarım çember içine yerleştirilen en büyük alanlı yamuğun boyutlarını hesaplar.

köşetaşı

Bir öğrenci toplamı 6 olan iki pozitif sayıyı çarpıyor.

Buna göre, bu öğrencinin bulduğu sonuç en çok kaç olabilir?

açıklamalı çözüm

Maksimum - minimum problemlerinde bir çokluğun alabileceği en büyük değer veya en küçük değer bulunmak istenir.

Bu tür problemleri çözmek için,

1) Maksimum veya minimum olması istenen değer (uzunluk, alan, hacim, çevre gibi) tek değişkenli bir fonksiyon haline getirilir.

2) Bu fonksiyonun türevi sıfıra eşitlenir. Maksimum - minimum (ekstremum) değerleri bulunur.

Köşetaşının çözümü:

$x + y = 6$ ise $y = 6 - x$ tir.

$x \cdot y$ çarpımı, maksimum olması istenen ifadedir.

$f(x) = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2$ (tek değişkenli fonksiyon haline geldi)

Ekstremum değeri için $f'(x) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 6 - 2x = 0 \Rightarrow x = 3$

x		3	
f'(x)	+		−
	↗		↘

$x = 3$ için $y = 6 - x = 6 - 3 = 3$ tür.

$x \cdot y$ nin en büyük değeri $3 \cdot 3 = 9$ olur.

SONUÇ 1:

Toplamları sabit olan iki pozitif reel sayının çarpımının en büyük olması için bu sayılar birbirine eşit olmalıdır.

1. m ve n pozitif reel sayılardır.

$m + n = 10$

olduğuna göre, $m \cdot n$ nin en büyük değeri kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

2. x ve y pozitif reel sayılardır.

$x + y = 12$

olduğuna göre, $x \cdot y^2$ ifadesinin en büyük değeri için x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. a ve b pozitif reel sayılardır.

$a + 2b = 20$

olduğuna göre, $a \cdot b$ nin en büyük değeri kaçtır?

A) 60 B) 50 C) 45 D) 40 E) 30

4. x ve y reel sayılardır.

$x - y = 6$

olduğuna göre, $x \cdot y$ nin en küçük değeri kaçtır?

A) −15 B) −12 C) −9 D) −6 E) −3

karekök

D D B C

köşetaşı

x ve y pozitif reel sayılardır.

$x \cdot y = 64$

olduğuna göre, $x^2 + 2y$ nin en küçük değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$x \cdot y = 64 \Rightarrow y = \frac{64}{x}$ tir.

$x^2 + 2y = x^2 + 2 \cdot \frac{64}{x} \Rightarrow f(x) = x^2 + \frac{128}{x}$

$f'(x) = 2x - \frac{128}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x^3 - 128}{x^2} = 0$

$2x^3 = 128$

$x = 4$ tür.

$x = 4$ için $y = \frac{64}{x} = \frac{64}{4} = 16$ olduğundan,

$x^2 + 2y$ ifadesinin en küçük değeri,

$x^2 + 2y = 4^2 + 2 \cdot 16 = 48$ bulunur.

SONUÇ 2:

Çarpımları sabit olan iki pozitif reel sayının toplamının en küçük olması için bu sayılar birbirine eşit olmalıdır.

- Köşetaşında $x + y$ nin en küçük değeri sorulsaydı, sonuç 2 den $x = y = 8$ olup $x + y = 16$ bulunurdu.

1. x ve y pozitif reel sayılardır.

$x \cdot y = 9$

olduğuna göre, x + y toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. a ve b pozitif reel sayılardır.

$a \cdot b = 4$

olduğuna göre, 4a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. x ve y pozitif reel sayılardır.

$x \cdot y = 16$

olduğuna göre, $x + y^2$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. m ve n pozitif reel sayılardır.

$m^2 \cdot n = 4$

olduğuna göre, m + n toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

D E E C

köşetaşı

Çevresi 36 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

açıklamalı çözüm

Eni x cm, boyu y cm olan bir ABCD dikdörtgeni alalım.

Buna göre;

$2x + 2y = 36 \Rightarrow x + y = 18 \Rightarrow y = 18 - x$ olur.

$A(ABCD) = x \cdot y$ olduğundan,

$A(x) = x \cdot (18 - x) = 18x - x^2$ olur.

Buna göre,

$A'(x) = 0 \Rightarrow 18 - 2x = 0$

$x = 9$ ve $y = 9 \Rightarrow A(ABCD) = 81$ cm^2 dir.

KISA YOL

Çevreleri eşit olan dikdörtgenler arasında alanı en büyük olan karedir.

Buna göre, sorudaki dikdörtgeni kare gibi düşünebiliriz.

x = y alınırsa,

$x + y = 18 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = y = 9$

$A(ABCD) = x \cdot y = 9 \cdot 9 = 81$ cm^2 olur.

1. Çevresi 12 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

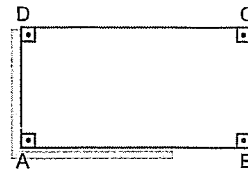
2. Çevresi 16 cm olan bir dikdörtgenin köşegen uzunluğu en az kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{6}$

3. m pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, kenar uzunlukları m cm ve (16 – 2m) cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

4.



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının $\frac{2}{3}$ üne şekildeki gibi duvar örülmüş kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 40 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 dir?

A) 250 B) 300 C) 480 D) 540 E) 640

karekök

C C C B

köşetaşı

Alanı 36 cm^2 olan bir dikdörtgenin çevresi en az kaç cm dir?

açıklamalı çözüm

Eni x cm, boyu y cm olan bir ABCD dikdörtgeni alalım.

Buna göre;

$x \cdot y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{x}$ tir.

$Ç(ABCD) = 2x + 2y \Rightarrow Ç(x) = 2x + \frac{72}{x}$ olur.

$Ç'(x) = 0 \Rightarrow 2 - \frac{72}{x^2} = 0$ olduğundan,

$x = 6$ ve $y = 6$ olur.

Buna göre,

$Çevre (ABCD) = 2x + 2y = 2 \cdot (6 + 6) = 24$ cm bulunur.

KISA YOL

Alanları eşit olan dikdörtgenler arasında çevresi en küçük olan karedir.

Buna göre, sorudaki dikdörtgeni kare gibi düşünebiliriz.

x = y alınırsa,

$x \cdot y = 36 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = y = 6$

$Çevre(ABCD) = 2 \cdot (x + y)$

$= 2 \cdot (6 + 6) = 24$ cm dir.

1. Alanı 25 cm^2 olan bir dikdörtgenin çevresi en az kaç cm dir?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

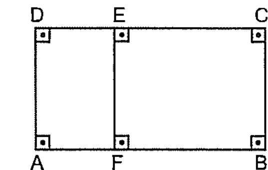
2. Alanı 49 cm^2 olan bir dikdörtgenin çevresi, en küçük değerini aldığında uzun kenarı kısa kenarından kaç cm uzundur?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. a pozitif bir reel sayı olmak üzere, kenar uzunlukları (8 – 2a) m ve (a^2 + 4) m olan dikdörtgenin çevresi en az kaç m dir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4.



ABCD dikdörtgen

|EC| = 2|DE|

AFED dikdörtgeninin alanı 4 cm^2 olduğuna göre, FBCE dikdörtgeninin çevresinin en küçük değeri kaç cm dir?

A) $6\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

karekök

D E D C

köşetaşı

$f(x) = x^2 - 5x + 10$

fonksiyonunun eğrisi üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

f(x) fonksiyonunun grafiği üzerindeki bir A noktasının apsisi x ise ordinatı

$x^2 - 5x + 10$ dur.

O halde, $A(x,\ x^2 - 5x + 10)$ olur.

A noktasının koordinatları toplamına g(x) dersek,

$g(x) = x + x^2 - 5x + 10 = x^2 - 4x + 10$ olur.

Ekstremum değerlerini bulmak için $g'(x) = 0$ denkleminin kökleri bulunmalıdır.

$g'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ dir.

x		2	
g'(x)	−		+
g(x)	↘	min.	↗

İşaret tablosundan da görüldüğü gibi g(x) fonksiyonu x = 2 için en küçük değerini alır.

Buna göre, A noktasının koordinatları toplamının en küçük değeri,

$g(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 10 = 6$ bulunur.

1. $f(x) = x^2 - 7x$

parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamını en küçük yapan noktanın apsisi kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 2 E) 3

2. $f(x) = -4x^2 - 9x + 5$

parabolü üzerindeki hangi noktanın koordinatları toplamı en büyüktür?

A) (1, −7) B) (0, 5) C) (−1, 8) D) (−1, 9) E) (−1, 10)

3. $y = 2x + 4$

doğrusu üzerindeki bir noktanın koordinatları çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) −5 B) −4 C) −3 D) −2 E) −1

4. $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4}$

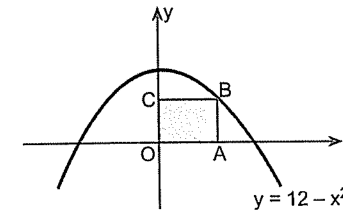
fonksiyonunun eğrisi üzerindeki bir noktanın koordinatları çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

karekök

E	E	D	E

köşetaşı



Yandaki grafikte verilen OABC dikdörtgeninin iki kenarı eksenler üzerinde iken B noktası da $y = 12 - x^2$ parabolü üzerindedir.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birim karedir?

açıklamalı çözüm

B köşesi parabol üzerinde olduğu için koordinatları $B(x,\ 12 - x^2)$ dir.

$B(x,\ 12 - x^2)$ ise $|OA| = x$ ve $|AB| = 12 - x^2$ dir.

OABC dikdörtgeninin x e bağlı olan alan fonksiyonu:

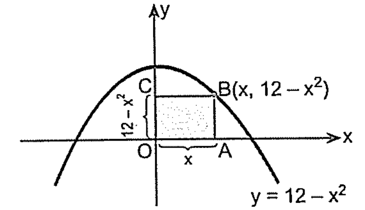
$A(x) = x \cdot (12 - x^2) = 12x - x^3$ olur.

Ekstremum noktasının apsisi $A'(x) = 0$ denkleminin köküdür.

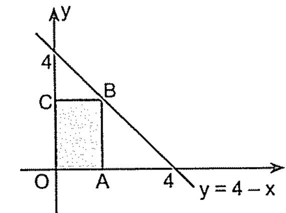
$A'(x) = 12 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ dir.

$|OA| = x$ uzunluğu negatif olamayacağından x = 2 dir.

Buna göre, x = 2 için $A(2) = 2 \cdot (12 - 2^2) = 16$ birim kare bulunur.



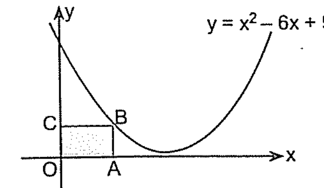
1.



OABC dikdörtgeninin B köşesi $y = 4 - x$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

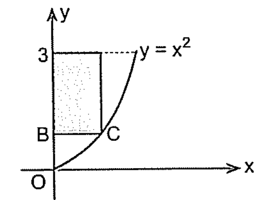
2.



Yukarıdaki grafikte verilenlere göre, OABC dikdörtgeninin alanının alabileceği en büyük değer için |BA| kaç birim olmalıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

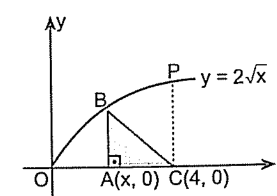
3.



Bir kenarı y = 3 doğrusu, diğer kenarı y ekseni ve bir köşesi de $y = x^2$ parabolü üzerinde olan dikdörtgenlerden alanı en büyük olan için |BC| kaç birimdir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4.



Denklemi $y = 2\sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün üzerindeki B ve P noktalarının x ekseni üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla A(x, 0) ve C(4, 0) dır.

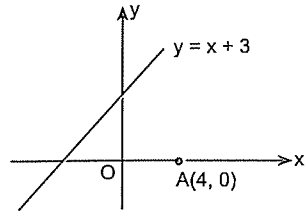
Buna göre, ABC üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

karekök

C	B	B	D

köşetaşı



$y = x + 3$ doğrusunun, A(4, 0) noktasına en yakın noktasını bulunuz.

açıklamalı çözüm

En yakın nokta B(x, y) olsun. B noktası $y = x + 3$ doğrusu üzerinde olduğundan, B(x, x + 3) olur.

A(4, 0) ile B(x, x + 3) noktaları arasındaki uzaklık,

$$d(x)=\sqrt{(x-4)^2+(x+3-0)^2}=\sqrt{2x^2-2x+25} \text{ olur.}$$

d(x) in minimum değeri için $d'(x) = 0$ olmalıdır. Burada yandaki "KISA YOL" çerçevesine bakabilirsiniz.

$$d'(x)=\frac{4x-2}{2\sqrt{2x^2-2x+25}}=0 \Rightarrow 4x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

x		$\frac{1}{2}$	
d'(x)	−		+
d(x)	↘	min.	↗

$x=\frac{1}{2}$ ise $y=\frac{1}{2}+3=\frac{7}{2}$ dir.

O halde, $B\left(\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$ bulunur.

HATIRLAYALIM

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ olmak üzere, A ve B noktaları arasındaki uzaklık:

$$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

KISA YOL

$y=\sqrt{u}$ olmak üzere,

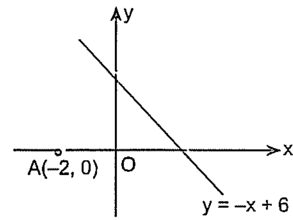
$y' = 0$ için $u' = 0$ olmalıdır.

Örneğin,

$f(x)=\sqrt{x^2-4}$ ise $f'(x)=0$ için,

$(x^2-4)'=0 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$ dır.

1.



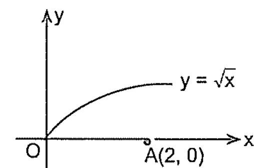
$y = -x + 6$ doğrusunun A(−2, 0) noktasına en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. **$y = x^2$ parabolünün A(0, 4) noktasına en yakın noktalasının ordinatı kaçtır?**

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

3.



$y = \sqrt{x}$ eğrisinin A(2, 0) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

karekök

4. **$y = -x^2$ eğrisi üzerinde, A(3, 0) noktasına en yakın olan noktanın apsisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

B D C B

köşetaşı

$y=\frac{4}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktalarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

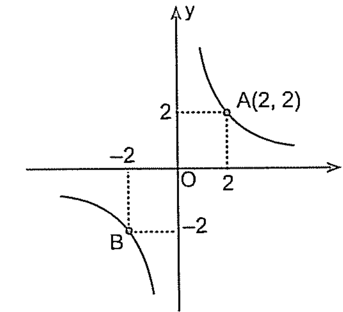
$y=\frac{k}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktaları için x = y olmalıdır.

$y=\frac{4}{x}$ te x = y olacağından, $x=\frac{4}{x}$ tir.

$x=\frac{4}{x} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ olur.

x = 2 için $y=\frac{4}{2}=2 \Rightarrow A(2, 2)$

x = −2 için $y=\frac{4}{-2}=-2 \Rightarrow B(-2, -2)$ noktaları bulunur.



İSPATLAYALIM

$y=\frac{k}{x}$ eğrisinin orjine en yakın noktası A(x, y) olsun.

$$|AO|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+\frac{k^2}{x^2}}$$

|AO| nun en küçük değerini bulmak için $x^2+\frac{k^2}{x^2}$ ifadesinin türevi alınır ve sıfıra eşitlenir.

$$2x-\frac{2k^2}{x^3}=0 \Rightarrow 2x=\frac{2k^2}{x^3} \Rightarrow x=\sqrt{k}$$

$$y=\frac{k}{x}=\frac{k}{\sqrt{k}}=\sqrt{k}$$

$$\sqrt{k}=x=y$$

1. x > 0 olmak üzere,

$y=\frac{9}{x}$

eğrisinin orijine en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $y=\frac{16}{x}$

fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının, başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

3. $y=\frac{3}{x}$

eğrisinin orijine en yakın iki noktası A ve B olduğuna göre, |AB| değeri kaçtır?

A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

karekök

4. x > 0 olmak üzere,

$y=\frac{1}{x}$ ve $y=\frac{9}{x}$

eğrilerinin orijine en yakın noktaları A ve B olduğuna göre, |AB| kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

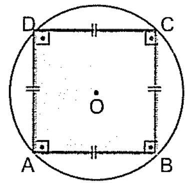
C D C D

köşetaşı

Yarıçap uzunluğu 2 cm olan bir çember üzerinde köşeleri bulunan <u>en büyük</u> alanlı dikdörtgenin çevresi kaç cm dir?

açıklamalı çözüm

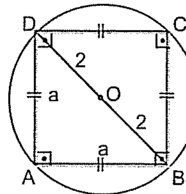
Çember üzerinde köşeleri bulunan en büyük alanlı dikdörtgen bir karedir.



ABCD kare olmalıdır.

Köşetaşının çözümü:

ABCD kare olduğundan,



$a\sqrt{2} = 4$

$a = 2\sqrt{2}$ cm dir.

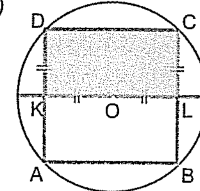
$Ç(ABCD) = 4 \cdot 2\sqrt{2}$

$= 8\sqrt{2}$ cm olur.

NOT

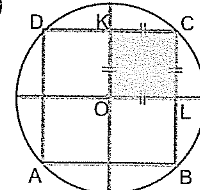
En büyük alanlı dikdörtgenler için;

1)



$|KL| = 2 \cdot |DK|$

2)

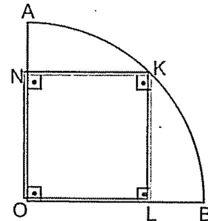


OLCK kare olmalıdır.

1. **Çapı $4\sqrt{2}$ cm olan çemberin üzerinde köşeleri bulunan bir dikdörtgenin alanı <u>en çok</u> kaç cm^2 dir?**

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32

2.



O merkezli çeyrek çember yayı üzerindeki bir K noktasından yarıçaplara inen dikme ayakları N ve L dir.

$|OA| = |OB| = 8$ cm

Buna göre, OLKN dikdörtgeninin alanının <u>en büyük</u> değeri kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

3. B noktası çeyrek çemberin üzerindedir.

OABC dikdörtgeninin alanının <u>maksimum</u> olması için α kaç derece olmalıdır?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

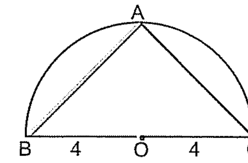
karekök

4. **Köşeleri R yarıçaplı yarım çember üzerinde bulunan <u>en büyük</u> alanlı ABCD dikdörtgeninin alanının R türünden değeri nedir?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}R$ C) $\frac{4}{3}R^2$ D) R^2 E) $2R^2$

B C C D

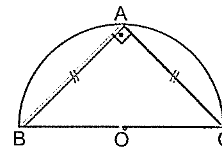
köşetaşı



Yandaki şekilde O merkezli, 4 birim yarıçaplı yarım çember ve köşeleri çemberin üzerinde olan ABC üçgeni verilmiştir.

Buna göre, A(ABC) nin <u>en büyük</u> değeri kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



O merkezli yarım çemberde, A(ABC) nin en büyük değeri için |AB| = |AC| olmalıdır. Yani, ABC ikizkenar üçgen olmalıdır.

($m(\widehat{BAC}) = 90°$, çapı gören çevre açı)

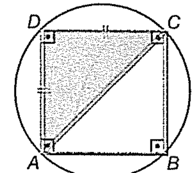
Köşetaşının çözümü:

$A(\widehat{ABC})$ nin en büyük değeri için, ABC üçgeni ikizkenar dik üçgen olmalıdır.

$|AB| = |AC| = x \Rightarrow x\sqrt{2} = 8 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$ birim

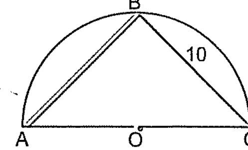
$A(ABC) = \frac{|AB| \cdot |AC|}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16$ br^2 bulunur.

NOT



4.9'da çizilen dikdörtgenin en büyük alanı için bu dikdörtgenin kare olması gerektiğini gördük. ABCD karesinde köşegen çizersek $\widehat{ADC}$ ve $\widehat{ABC}$ üçgenleri de en büyük alana sahip olur ve ikizkenar üçgen olurlar.

1.

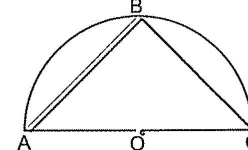


O merkezli, [AC] çaplı yarım çember ve B köşesi çember üzerinde değişken olan ABC üçgeni verilmiştir.

|BC| = 10 cm olduğuna göre, A(ABC) nin değeri <u>en çok</u> kaç cm^2 dir?

A) 50 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

2.

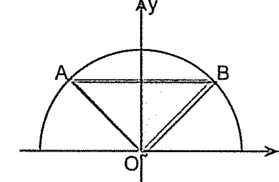


O merkezli [AC] çaplı çemberin içine ABC üçgeni çizilmiştir.

A(ABC) nin en büyük değeri 6 br^2 olduğuna göre, çemberin çapı kaç br dir?

A) 6 B) $2\sqrt{6}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

3.



Yandaki şekilde yarım çember içine, A ve B noktaları bu çemberin üzerinde olan AOB üçgeni çizilmiştir.

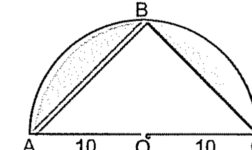
AB // Ox, |OB| = 6 cm

olduğuna göre, $A(\widehat{AOB})$ nin <u>en büyük</u> değeri kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

karekök

4.



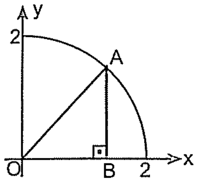
O merkezli, 10 cm yarıçaplı yarım çember içine ABC üçgeni çizilmiştir.

Taralı alanların toplamının <u>en küçük</u> olması için, A(ABC) nin değeri kaç cm^2 olmalıdır?

A) 64 B) 81 C) 100 D) 121 E) 144

A B C C

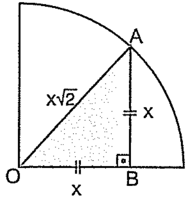
köşetaşı



Yandaki şekilde O merkezli, 2 birim yarıçaplı çeyrek çember ve A köşesi çemberin üzerinde olan AOB üçgeni verilmiştir.

Buna göre, A(AOB) nin en büyük değeri kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



O merkezli çeyrek çemberde, A($\widehat{ABO}$) nin en büyük değeri için |OB| = |AB| olmalıdır. Yani, ABO ikizkenar üçgen olmalıdır.

Köşetaşının çözümü:

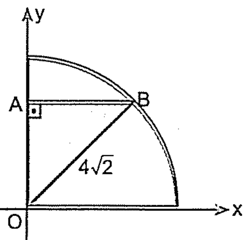
A(AOB) nin en büyük değeri için, AOB ikizkenar üçgen olmalıdır.

|AO| = 2 br

|AB| = |OB| = x $\Rightarrow$ x$\sqrt{2}$ = 2 $\Rightarrow$ x = $\sqrt{2}$ br dir.

$A(AOB)=\frac{|AB|\cdot|OB|}{2}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}=1\text{ br}^2$ bulunur.

1.

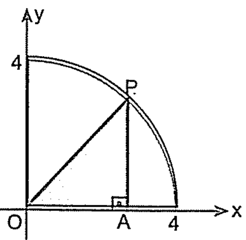


B noktası, yarıçapı 4$\sqrt{2}$ cm olan çeyrek çemberin üzerindedir.

A($\widehat{AOB}$) nin en büyük değeri kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2.

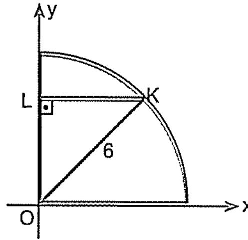


4 birim yarıçaplı çemberin üzerindeki P noktasının x ekseni üzerindeki dik izdüşümü A(x, 0) noktasıdır.

Buna göre, A(OAP) x in hangi değeri için en büyük değerini alır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2$\sqrt{2}$ E) 2$\sqrt{3}$

3.

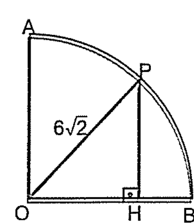


O merkezli çeyrek çemberin içine, alanı en büyük olan OLK üçgeni çizilmiştir.

|OK| = 6 br olduğuna göre, K noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 2) B) (2$\sqrt{3}$, 2$\sqrt{3}$) C) (1, 1) D) (3, 3) E) (3$\sqrt{2}$, 3$\sqrt{2}$)

4.

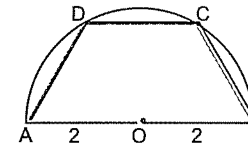


Şekildeki 6$\sqrt{2}$ cm yarıçaplı çeyrek çemberde, POH üçgeninin çevresi en çok kaç cm olabilir?

A) 6$\sqrt{2}$ + 3 B) 6$\sqrt{2}$ – 6 C) 12 – 5$\sqrt{2}$ D) 6$\sqrt{2}$ + 12 E) 12$\sqrt{2}$ + 6

C D E D

köşetaşı

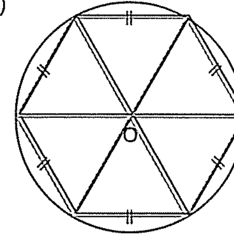


O merkezli, 2 birim yarıçaplı yarım çember üzerinde köşeleri bulunan ABCD yamuğunun alanının maksimum değeri kaç birim karedir?

açıklamalı çözüm

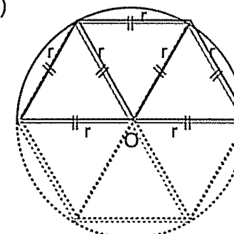
Çember üzerinde köşeleri bulunan çokgenlerden en büyük alanlı olan, düzgün olandır.

1)



O halde, köşeleri çemberin üzerinde olan en büyük alanlı altıgen, düzgün altıgendir.

2)



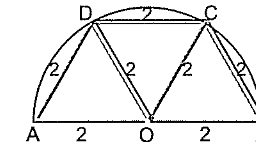
Köşeleri yarım çemberin üzerinde olan en büyük alanlı yamuk ise üç eşkenar üçgenden oluşur.

Köşetaşının çözümü:

Köşetaşında verilen ABCD yamuğunun alanının maksimum olması için,

|AD| = |DC| = |BC| = r

olmalıdır. Bu yamuk, üç tane eşkenar üçgenden oluşmalıdır.

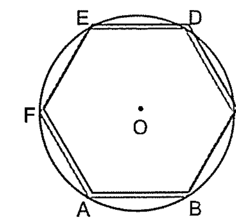


$A(ABCD)=3\cdot\frac{r^2\sqrt{3}}{4}=3\cdot\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}\text{ br}^2$ bulunur.

1. **Çapı 6 cm olan O merkezli bir yarım çemberin içine çizilen ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığında yüksekliği kaç cm olur?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) 2$\sqrt{3}$ E) 3$\sqrt{3}$

2.



Şekilde O merkezli 3 cm yarıçaplı çember ve köşeleri çember üzerinde olan ABCDEF altıgeni verilmiştir.

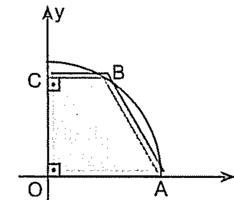
Buna göre, altıgenin alanı en büyük değerini aldığında çevresi kaç cm olur?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

3. **Yarıçapı 12 br olan çember üzerinde köşeleri bulunan en büyük alanlı altıgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 36$\sqrt{3}$ B) 72$\sqrt{3}$ C) 108$\sqrt{3}$ D) 216$\sqrt{3}$ E) 324$\sqrt{3}$

4.



Şekilde yarıçapı 2 cm olan çemberin bir parçası çizilmiştir.

OABC dik yamuktur.

Yamuğun B noktası çember üzerinde olduğuna göre, OABC yamuğunun alanının maksimum değeri kaç cm^2 dir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) 2$\sqrt{3}$ E) 3$\sqrt{3}$

C C D C

1. x ve y pozitif reel sayılardır.

$x + 3y = 30$

olduğuna göre, x·y çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 45 B) 60 C) 75 D) 80 E) 90

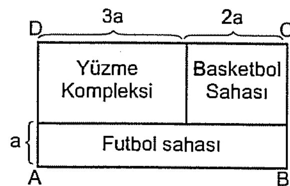
2. a ve b pozitif reel sayılardır.

$a \cdot b^2 = 108$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3.



Yukarıda bir spor kompleksinin taslak çizimi, çevresi 24 br olan ABCD dikdörtgeni biçiminde gösterilmiştir.

Bu taslakta yüzme kompleksinin en geniş alanlı olması için a kaç br olmalıdır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

4. Alanı 49 m² olan dikdörtgen biçimindeki bir arsanın çevresi en az kaç m dir?

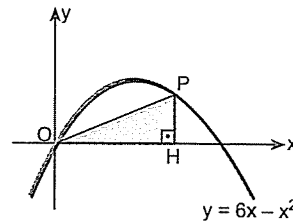
A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 32

5. $P(x_1, y_1)$ noktası, $y = 11x - x^2$ parabolünün üzerindedir.

Buna göre, x_1 in hangi değeri için $x_1 + y_1$ toplamı maksimum değerini alır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6.

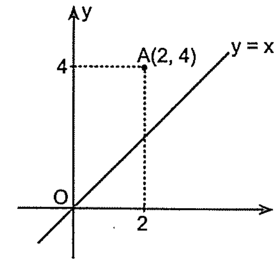


Denklemi $y = 6x - x^2$ olan şekildeki parabolün üzerindeki P noktasının x ekseni üzerindeki dik izdüşümü H noktasıdır.

Buna göre, A(OPH) nin en büyük değeri kaç birim karedir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 26

7.



Yukarıda grafiği verilen y = x doğrusunun A(2, 4) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 3 E) 4

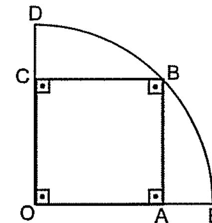
8. x > 0 olmak üzere,

$y = \frac{2}{x}$

eğrisinin orijine en yakın noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

9.

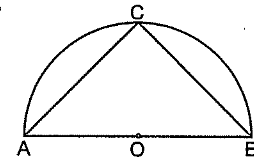


Yandaki şekilde O merkezli, 6 birim yarıçaplı çeyrek çember verilmiştir.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanının en büyük değeri kaç birim karedir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 36

10.

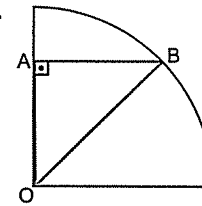


Yanda O merkezli yarım çember ve köşeleri bu çemberin üzerinde olan ABC üçgeni verilmiştir.

Buna göre, A(ABC) nin en büyük değeri 8 cm² olduğunda |AB| kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{6}$

11.

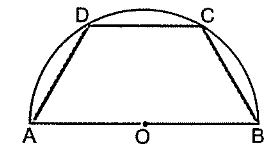


Yanda O merkezli çeyrek çember ve B köşesi çemberin üzerinde olan ABO dik üçgeni verilmiştir.

Buna göre, Alan(ABO) nun en büyük değeri 50 m² olduğunda Çevre(AOB) kaç m olur?

A) $8 + 10\sqrt{2}$ B) $10 + 4\sqrt{2}$ C) $5 + 10\sqrt{2}$ D) $20 + 10\sqrt{2}$ E) $10 + 10\sqrt{2}$

12.



Yukarıda O merkezli, 10 birim yarıçaplı çemberin içine çizilen ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığında, yüksekliği kaç birim olur?

A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

1	C	2	B	3	B	4	B	5	E	6	A	7	D	8	C	9	A	10	C	11	D	12	C

1. **Farkları 8 olan iki reel sayının çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

A) –20 B) –18 C) –16 D) –14 E) –12

2. $y = x^2 - 5x + 9$

parabolünün üzerinde alınan bir noktanın koordinatları toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $x \in R$ olmak üzere,

$(4x + 3)\cdot(x - 2)$

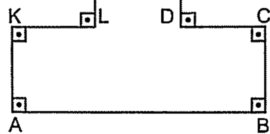
çarpımı hangi x değeri için en küçük değerini alır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

4. **Çapı $6\sqrt{2}$ cm olan bir dairenin içine çizilebilecek dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?**

A) 36 B) 40 C) 42 D) 48 E) 64

5.



|FE| = |DC| = |KL|

|ED| = |FL| = |BC| = |AK|

Yukarıdaki şeklin çevresi 60 cm olduğuna göre, alanı en çok kaç cm² dir?

A) 150 B) 160 C) 180 D) 200 E) 240

6. x değişkenine bağlı,

$mx^2 + 4mx + 1 = 0$

denkleminin diskriminantı (Δ sı) en az kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) 0

7. A(m, n) noktası, $y = 4x - 8$ doğrusu üzerindedir.

Buna göre, m·n nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

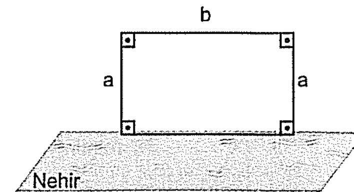
8. Bir malın alış fiyatı x TL ve satış fiyatı y TL dir.

$y = -2x^2 + 9x - 7$

olduğuna göre, bu malın satışından elde edilecek kâr en çok yüzde kaçtır?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 70

9.



Bir kenarı nehir kenarında olan şekildeki dikdörtgen arsanın toprak üzerindeki üç kenarının toplamı 1200 metredir.

Bu arsanın alanı en büyük olduğunda a uzunluğu kaç metre olur?

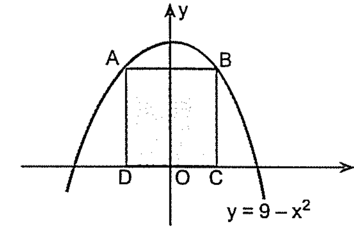
A) 100 B) 150 C) 200 D) 300 E) 320

10. $x^2 + (m^2 - 4)x - (m + 2)^2 - 8m = 0$

denkleminin kökler çarpımını maksimum yapan m değeri kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

11.

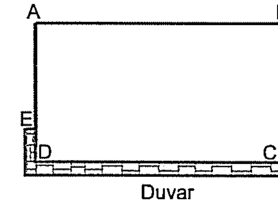


ABCD dikdörtgeninin D ve C köşeleri x ekseni, A ve B köşeleri $y = 9 - x^2$ parabolü üzerindedir.

Buna göre, dikdörtgenin alanının en büyük değeri için B noktasının ordinatı kaç olmalıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12.



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin DC kenarının tümü ile AD ve BC kenarlarının $\frac{1}{3}$ üne şekildeki gibi duvar örülmüş, kenarların geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 60 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m² dir?

A) 675 B) 680 C) 700 D) 725 E) 750

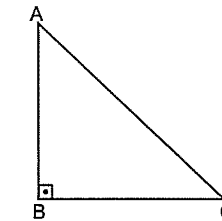
13. **$y = \sqrt{x+4}$ eğrisinin orijine en yakın noktasının apsisi kaçtır?**

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

14. **(2, 4) noktasından geçen negatif eğimli bir d doğrusu ile koordinat eksenleri arasında kalan üçgensel bölgenin alanı en az kaç birim karedir?**

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

15.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AB| + |BC| = 20 cm

Yukarıda verilenlere göre, A(ABC) nin en büyük değeri için |BC| kaç cm dir?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 12 E) 10

16. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$f(x) = 2\cos x + \sin x$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{7}$

1 C 2 A 3 D 4 A 5 A 6 C 7 B 8 C 9 D 10 A 11 B 12 A 13 D 14 A 15 E 16 D

1. $x - y = 8 \Rightarrow y = x - 8$ dir.

$x \cdot y = x \cdot (x - 8)$

$f(x) = x \cdot (x - 8) = x^2 - 8x$

$f'(x) = 2x - 8 = 0$

$x = 4$

$x = 4$ ise $y = x - 8 = 4 - 8 = -4$ tür.

Buna göre, $x \cdot y = 4 \cdot (-4) = -16$ bulunur.

Yanıt C

2. $y = x^2 - 5x + 9$ parabolü üzerinde bir A noktası alalım.

A nın apsisi x ise ordinatı $x^2 - 5x + 9$ dur.

$A(x, x^2 - 5x + 9)$ olur.

A nın koordinatları toplamını veren fonksiyon,

$f(x) = x + x^2 - 5x + 9 = x^2 - 4x + 9$ olur.

$f'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 9 = 5$ bulunur.

Yanıt A

3. $f(x) = (4x + 3) \cdot (x - 2) = 4x^2 - 8x + 3x - 6$

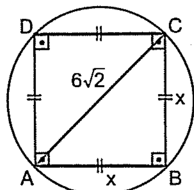
$= 4x^2 - 5x - 6$

$f'(x) = 8x - 5 = 0$

$x = \frac{5}{8}$ dir.

Yanıt D

4. Dikdörtgenin alanının en büyük olması için bu dikdörtgen kare olmalıdır.



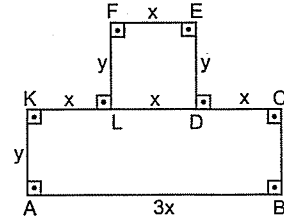
$x\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow x = 6$ dır.

$A(ABCD) = 6^2 = 36$ br^2 dir.

Yanıt A

5. $|FE| = |DC| = |KL| = x$,

$|ED| = |FL| = |BC| = |AK| = y$ olsun.



$|LD| = x$, $|AB| = 3x$ olur.

Şeklin çevresi $= 4y + 6x = 60$

$y = \frac{60 - 6x}{4} = \frac{30 - 3x}{2}$

Alan = A(ABCK) + A(FLDE)

$= 3xy + xy = 4xy$

$= 4x\left(\frac{30 - 3x}{2}\right) = 2x(30 - 3x)$

$A(x) = 60x - 6x^2$

$A'(x) = 60 - 12x = 0$

$x = 5$ tir.

$A(5) = 60 \cdot 5 - 6 \cdot 5^2 = 300 - 150 = 150$ cm^2

Yanıt A

6. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde,

$\Delta = b^2 - 4ac$ dir.

O halde, $mx^2 + 4mx + 1 = 0$ denklemi için,

$\Delta = (4m)^2 - 4 \cdot m \cdot 1 = 16m^2 - 4m$ dir.

$\Delta(m) = 16m^2 - 4m$ ise,

$\Delta'(m) = 32m - 4 = 0$

$m = \frac{1}{8}$ dir.

$\Delta\left(\frac{1}{8}\right) = 16\left(\frac{1}{8}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$ tür.

Yanıt C

7. $A(m, n)$, $y = 4x - 8$ doğrusu üzerinde olduğundan $x = m$, $y = n$ dir.

O halde, $n = 4m - 8$ dir.

$m \cdot n = m \cdot (4m - 8) = 4m^2 - 8m$

$f(m) = 4m^2 - 8m$

$f'(m) = 8m - 8 = 0$

$m = 1$

$f(1) = 4 - 8 = -4$ bulunur.

Yanıt B

8. Kâr = Satış – Alış olduğundan,

$K(x) = (-2x^2 + 9x - 7) - x$

$K(x) = -2x^2 + 8x - 7$

$K'(x) = -4x + 8 = 0$

$x = 2$ dir.

$K(2) = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 7 = 1$ dir.

2 TL de en çok 1 TL kâr elde edildiğinden,

kâr % 50 bulunur.

Yanıt C

9. $2a + b = 1200 \Rightarrow b = 1200 - 2a$

Alan $= a \cdot b = a \cdot (1200 - 2a)$

$A(a) = 1200a - 2a^2$

$A'(a) = 1200 - 4a = 0$

$a = 300$ m bulunur.

Yanıt D

10. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökler çarpımı $\frac{c}{a}$ dır.

Sorudaki denklemin kökler çarpımını gösteren fonksiyon f(m) olsun.

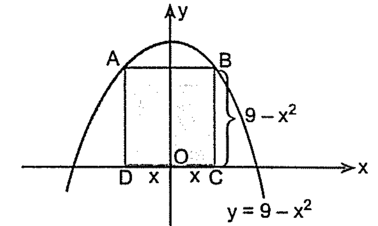
$f(m) = -(m + 2)^2 - 8m = -m^2 - 12m - 4$ tür.

$f'(m) = -2m - 12 = 0$

$m = -6$ dır.

Yanıt A

11. B noktası $y = 9 - x^2$ parabolünün üzerinde olduğundan, $B(x, 9 - x^2)$ dir.



$|OC| = x \Rightarrow |BC| = 9 - x^2$ dir.

$|OD| = |OC| = x$ ise $|DC| = 2x$ dir.

$A(ABCD) = |DC| \cdot |BC| = 2x \cdot (9 - x^2)$

$A(x) = 2x(9 - x^2) = 18x - 2x^3$

$A'(x) = 18 - 6x^2 = 0$

$x = \sqrt{3}$

B nin ordinatı $9 - x^2 = 9 - (\sqrt{3})^2 = 6$ dır.

Yanıt B

12. $|AD| = |BC| = 3x$,

$|DC| = y$ olsun.

O halde,

$|ED| = |FC| = x$ olur.

Çevrenin duvar dışındaki bölümüne bir sıra tel çekildiğinden,

$4x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 4x$ tir.

$A(ABCD) = 3x \cdot y = 3x \cdot (60 - 4x) = 180x - 12x^2$

$A(x) = 180x - 12x^2$

$A'(x) = 180 - 24x = 0$

$x = \frac{15}{2}$ olur.

$A\left(\frac{15}{2}\right) = 180 \cdot \frac{15}{2} - 12 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 675$ m^2 dir.

Yanıt A

13. $y=\sqrt{x+4}$ eğrisinin üzerinde bir A noktası alalım.

$A(x,\sqrt{x+4})$ tür.

d(x), A noktasının orijine uzaklığını gösteren fonksiyon olmak üzere,

$$d(x)=\sqrt{(x-0)^2+(\sqrt{x+4}-0)^2}=\sqrt{x^2+x+4}$$

$x^2+x+4=g(x)$ olsun.

$g'(x)=2x+1=0$

$x=-\frac{1}{2}$ dir.

Yanıt D

14. y = ax + b doğrusu (2, 4) noktasından geçiyorsa,

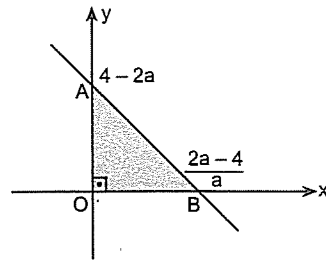
$4 = 2a + b \Rightarrow b = 4 - 2a$ dır.

$y = ax + b = ax + 4 - 2a$ dır.

Eksenleri kestiği noktalar için,

$x = 0 \Rightarrow y = 4 - 2a$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{2a-4}{a}$ dır.



$$A(AOB)=\frac{(4-2a)\cdot\left(\frac{2a-4}{a}\right)}{2}=\frac{-2a^2+8a-8}{a}$$

$$=-2a+8-\frac{8}{a}$$

$A(a)=-2a+8-\frac{8}{a}$

$A'(a)=-2+\frac{8}{a^2}=0$

$a=\mp 2$

Doğru negatif eğimli olduğundan a = –2 alınır.

$A(-2) = -2\cdot(-2) + 8 - \frac{8}{-2} = 4 + 8 + 4 = 16$ br² dir.

Yanıt A

15. A(ABC) nin en büyük olması için ABC üçgeni ikizkenar üçgen olmalıdır.

|AB| = |BC| = x olsun.

|AB| + |BC| = 20

2x = 20

x = 10 bulunur.

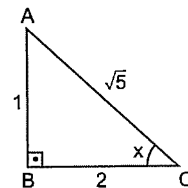
Yanıt E

16. f(x) = 2cosx + sinx

f'(x) = –2sinx + cosx = 0

cosx = 2sinx

$\tan x=\frac{1}{2}$



ABC üçgeninde Pisagor'dan |AC| = √5 br olur.

$f(x) = 2\cos x + \sin x = 2\cdot\frac{2}{\sqrt5}+\frac{1}{\sqrt5}=\sqrt5$ bulunur.

Yanıt D

1. x + y = 10

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

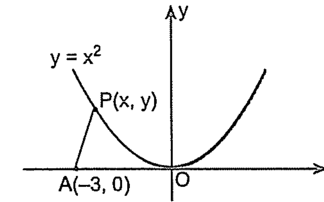
A) 45 B) 50 C) 85 D) 90 E) 100

2. a + 3b = 9

olduğuna göre, $a^2 - 3ab$ ifadesinin en küçük değeri için b kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

3.

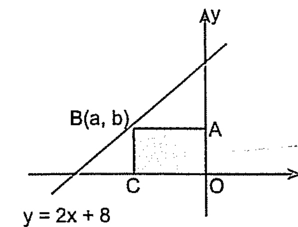


Yukarıdaki şekilde $y = x^2$ parabolü üzerinde P(x, y) noktası verilmiştir.

Parabolün A(–3, 0) noktasına en yakın noktası P olduğuna göre, |AP| uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) √2 C) √5 D) 2√2 E) 2√3

4.



Yukarıdaki şekilde B(a, b) noktası, y = 2x + 8 doğrusu üzerindedir.

AOCB dikdörtgeninin alanının en büyük olması için a + b toplamı kaç olmalıdır?

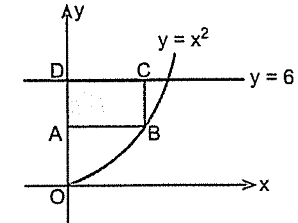
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. y = 2x + 4

doğrusunun orijine en yakın olan noktasının apsisi kaçtır?

A) $-\frac{16}{5}$ B) –2 C) $-\frac{8}{5}$ D) –1 E) $-\frac{1}{2}$

6.

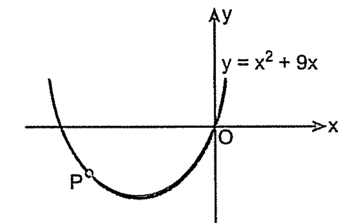


Şekildeki ABCD dikdörtgeninin [DC] kenarı y = 6 doğrusu üzerinde ve B köşesi $y = x^2$ parabolü üzerindedir.

Alan(ABCD) nin maksimum olması için B noktasının ordinatı kaç olmalıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

7.



Şekilde P(a, b) noktası, denklemi $y = x^2 + 9x$ olan parabol üzerindedir.

Buna göre, a nın hangi değeri için a + b toplamı en küçüktür?

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

8. $f(x) = x^2 - 4x + 7$

parabolünün y = –3 doğrusuna en yakın noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 4) B) (–2, 19) C) (2, 3) D) (–1, 12) E) (0, 7)

9. $f(x) = (6 + \cos x) \cdot (11 - \cos x)$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

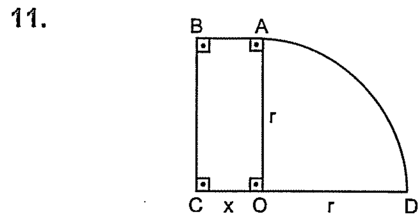
A) 56 B) 60 C) 66 D) 70 E) 74

10. y = lnx eğrisi üzerinde değişken bir nokta A(m, n) dir.

Buna göre, $\frac{m}{n}$ oranı en az kaçtır?

A) 3e B) 2e C) e D) 1 E) $\frac{1}{e}$

11.



Şekilde O merkezli, r birim yarıçaplı çeyrek daire ile |OC| = x birim olan OCBA dikdörtgeni [OA] kenarı boyunca yapıştırılmıştır ve [CD] ⊥ [AO] dur.

Yapıştırma işlemi sonucunda oluşan tüm şeklin çevresi 12 birim olduğuna göre, bu şeklin alanının en büyük değeri için r kaç birimdir? *(π = 3 alınız.)*

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

12. $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1, \quad x = 0, \quad y = 0$

doğruları ile sınırlı bölgede bulunan ve köşelerinden üçü bu doğrular üzerinde, diğeri de O(0, 0) noktasında olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

13. Bir fabrikada günde x tane televizyon üretilmektedir. Bir televizyonun maliyeti (x + 200) lira iken satış fiyatı (600 – x) liradır.

Buna göre, en fazla kârın yapılabilmesi için günde kaç televizyon üretilmelidir?

A) 100 B) 105 C) 120 D) 125 E) 130

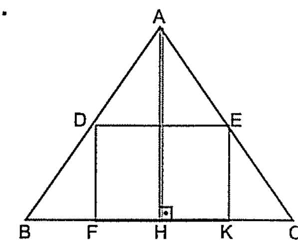
14. Yarıçapı 12 cm olan bir yarım çember içine çizilebilecek en büyük alanlı ABCD yamuğunun yüksekliği kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$

15. $x^2 - y^2 = 1$ eğrisi üzerinde bulunan noktalardan A(4, 0) noktasına en yakın olan noktalar B ve C olduğuna göre, |BC| kaç birimdir?

A) $\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{7}$

16.



ABC bir üçgen
[AH] ⊥ [BC]
|AH| = 12 cm
|BC| = 8 cm

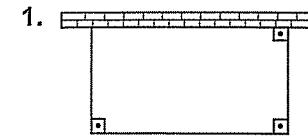
Buna göre, ABC üçgeninin içine çizilebilecek DEKF dikdörtgeninin alanı en çok kaç cm² dir?

A) 24 B) 25 C) 30 D) 32 E) 35

karekök

ÖSYS SORULARI

1.



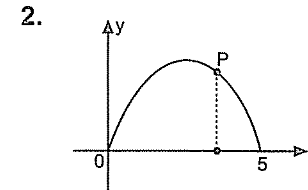
Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve bir kenarında duvar bulunan bir bahçenin üç kenarına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 80 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m² olabilir?

A) 800 B) 1000 C) 1200 D) 1400 E) 2000

(ÖYS 1987)

2.



Şekildeki $P(x_1, y_1)$ noktası, denklemi y = x(5 – x) olan parabol üzerindedir.

x_1 in hangi değeri için $x_1 + y_1$ maksimumdur?

A) 2,50 B) 2,75 C) 3,00 D) 3,25 E) 4,00

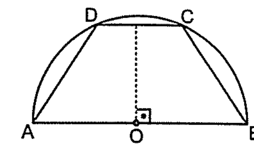
(ÖYS 1989)

3. $y = \frac{4}{x}$ **fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının, başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?**

A) 8 B) 4 C) 2 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

(ÖYS 1990)

4.

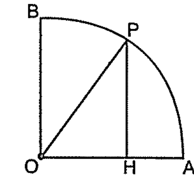


|AB| = 2 birim olan bir yarım çemberin içine çizili ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığında, yüksekliği kaç birim olur?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(ÖYS 1990)

5.



Dik yarıçapları [OA], [OB] olan dörtte bir birim çember üzerindeki değişken bir P noktasının OA üzerindeki dik izdüşümü H olduğuna göre, POH üçgeninin çevresi en çok kaç birim olabilir?

A) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2} - 1$ C) $2\sqrt{3} - 1$ D) $1 + \sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{2}$

(ÖYS 1990)

6.

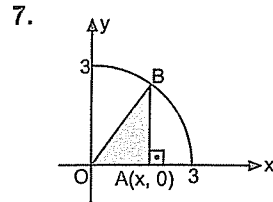
Denklemi $y = \sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün A ve P noktalarının x ekseni üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(36, 0) ve H(x, 0) dır.

HBP üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

(ÖYS 1993)

karekök

7. 

Şekildeki denklemi $x^2 + y^2 = 9$ olan dörtte bir çemberin B noktasının x ekseni üzerindeki dik izdüşümü A(x, 0) noktasıdır.

Buna göre, OAB üçgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?

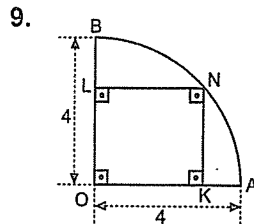
A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D) 1 E) 2

(ÖYS 1994)

8. **$y = -x^2$ eğrisi üzerinde, P(–3, 0) noktasına en yakın olan noktanın apsisi kaçtır?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) –1 E) –2

(ÖYS 1995)

9. 

Yandaki şekilde merkezi O, yarıçapı |OA| = |OB| = 4 cm olan dörtte bir çember yayı üzerindeki bir N noktasından yarıçaplara inen dikme ayakları K ve L dir.

Buna göre, OKNL dikdörtgeninin en büyük alanı kaç cm^2 dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 6 E) 8

(ÖYS 1996)

10. **$f(x) = x^2 - 7x + 14$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

(ÖYS 1996)

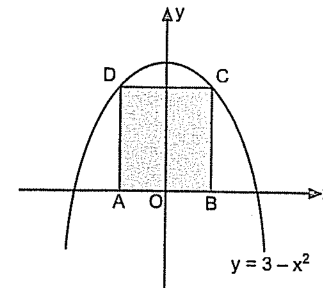
11. Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının yarısına şekildeki gibi duvar örülmüş; kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 120 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 olabilir?

A) 1200 B) 1250 C) 2300 D) 2350 E) 2400

(ÖYS 1997)

12. A ve B noktaları Ox ekseni üzerinde, C ve D noktaları ise $y = 3 - x^2$ parabolü üzerinde pozitif ordinatlı noktalar olmak üzere şekildeki gibi ABCD dikdörtgenleri oluşturuluyor.



Bu dikdörtgenlerden alanı en büyük olanın alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 2007 II)

karekök

13. Koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfağın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(LYS 2010)

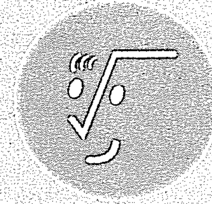
14. **(1, 2) noktasından geçen negatif eğimli bir d doğrusu ile koordinat eksenleri arasında kalan üçgensel bölgenin alanı en az kaç birim karedir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

(LYS 2011)

karekök

1 A 2 C 3 E 4 D 5 E 6 A 7 A 8 D 9 E 10 D 11 E 12 C 13 C 14 C



KARMA TESTLER

TÜREV

KARMA TEST - 1

1. $f(x) = -2012x$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2012 B) 0 C) –1 D) –2 E) –2012

2. $y = x^2 - 2x + 10$

fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $f(x) = x - \cot x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) $-\pi$ C) 0 D) π E) 2

4. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. **$x^2 + y^2 - 4xy + 2 = 0$ eğrisinin A(1, 1) noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $f(x) = 2^{\sqrt{x}}$

olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

A) ln2 B) ln3 C) ln4 D) ln5 E) ln6

7. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\ln(x-1)}{x-2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

8. $f(x) = -x^2 + 4x + k$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 12 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

9. $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin 16x}{\tan 4x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. **$y = 2x^2 + 4x + 5$ eğrisinin $x = -2$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

A) −6 B) −5 C) −4 D) −3 E) −2

11. **$f(x) = x^2 - 4x + 6$ olmak üzere,**

$\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

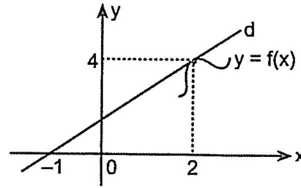
limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

12. **Toplamları 16 olan iki gerçel sayının çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?**

A) 46 B) 49 C) 64 D) 68 E) 72

13.



Yukarıda verilenlere göre, $f'(2) + f(2)$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{14}{3}$ B) 5 C) $\frac{16}{3}$ D) 6 E) 7

14. Dikdörtgen şeklindeki bahçenin uzun kenarlarından birine duvar örüldükten sonra diğer üç kenarına bir sıra tel çekiliyor.

Telin uzunluğu 20 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 dir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

karekök

15. $y = \dfrac{5}{x-2}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 1) B) (2, 0) C) (1, 2) D) (0, 2) E) (0, 1)

16. $x = 4\sin 2t$

$y = 4\cos^2 2t$

denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 4$ apsisli noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 0

1 E 2 C 3 E 4 A 5 E 6 A 7 C 8 B 9 E 10 C 11 A 12 C 13 C 14 A 15 B 16 C

KARMA TEST - 2

1. $f(x) = 5x^{\frac{9}{5}} + 9^{\frac{5}{9}}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. **$f(x) = e^{\sin x - \cos x}$ eğrisinin $x = \frac{\pi}{2}$ apsisli noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?**

A) −e B) −1 C) $-e^{-1}$ D) e E) 2e

3. $f(x) = \ln x^4$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{x}{4}$ D) $\frac{4}{x}$ E) $\frac{4}{x^2}$

4. $f(x) = 3x^3 + 18x^2$

fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı kaçtır?

A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 56

5. $x > 0$

$y > 0$

$2x + 3y = 6$

olmak üzere, $x^2 \cdot y$ çarpımını maksimum yapan x ve y değerleri için x + y toplamı kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

6. **$f(x) = 4x^2 - 12$ olmak üzere,**

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h+2) - f(2)}{h}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

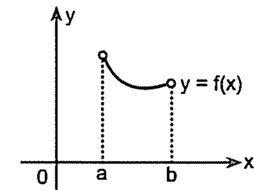
karekök

7. $f(x) = x^4 + mx^2 - nx$

fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisleri x = 0 ve x = 2 olduğuna göre, m kaçtır?

A) −10 B) −8 C) −6 D) 0 E) 4

8.



$f : (a, b) \to \mathbb{R}$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi (a, b) aralığında daima azalandır?

A) $x^2 \cdot f(x)$ B) $x^3 - f(x)$ C) $x + f(x^2)$ D) $\frac{1}{f(x)}$ E) $-\frac{x}{f(x)}$

9. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-e^x}{\tan x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

10. $f(x) = ax^2 + 2x + 4$

fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasındaki teğeti, x ekseniyle pozitif yönde 45° lik açı yaptığına göre a kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) –1 E) –2

11. $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\pi^2 - x^2}{\sin x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3π B) 2π C) π D) 0 E) $-\pi$

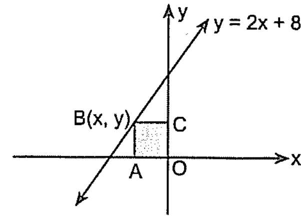
12. $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x > 1 \text{ ise} \\ 9 - 3x, & x \le 1 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1^+) + f'(1^-)$ toplamı kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

13.



Yukarıdaki grafikte B(x, y) noktası y = 2x + 8 doğrusu üzerindedir.

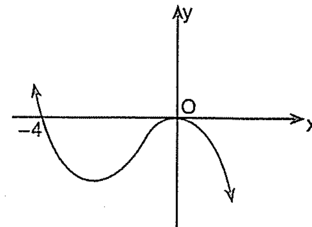
Buna göre, AOCB dikdörtgeninin alanının en büyük değeri kaç br² dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. **f(x) = asinx eğrisine x = π apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi 5 olduğuna göre, a kaçtır?**

A) –2 B) –3 C) –4 D) –5 E) –6

15.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = -x(x + 4)^2$
B) $y = -x(x + 4)$
C) $y = x \cdot (x + 4)$
D) $y = -x^2 \cdot (x + 4)$
E) $y = (x - 4) \cdot (x^2 + 1)$

16. $y = \dfrac{6}{x^2 - 4x + 10}$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

1 D 2 C 3 D 4 C 5 B 6 B 7 B 8 E 9 C 10 A 11 B 12 A 13 D 14 D 15 D 16 A

KARMA TEST - 3

1. $\dfrac{d^3}{dx^3}(\cos x - 200x^2)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosx B) –sinx C) sinx D) –cosx E) 400x – sinx

2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3^{\ln x} - x}{\ln x}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln3 – 1 B) ln2 – 1 C) ln2 D) e + 1 E) e

3. $f(x) = 6mx^2 - 4x + 1$

$f'\left(\dfrac{1}{3}\right) = 0$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{e^x + 4}{e^{x+1} - 4}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

5. **$y = x^2 + ax + b$ eğrisinin A(2, 6) noktasındaki normalinin eğimi –1 olduğuna göre, a + b kaçtır?**

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $y = x^2 + 2x$

$x = t^2 - 1$

$t = z^2 + 1$

olduğuna göre, z = 1 için $\dfrac{dy}{dz}$ değeri kaçtır?

A) 50 B) 52 C) 60 D) 64 E) 72

7. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x - 2x}{\sin x - 2x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = x^3 - 6x^2$

fonksiyonunun yerel ekstremum değerleri toplamı kaçtır?

A) –32 B) –30 C) –25 D) –20 E) –10

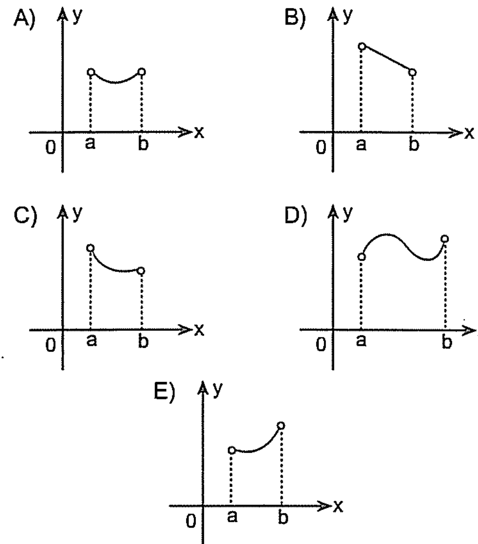
karekök

9. $f(x) = mx^2 - 4x + 5$

fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasındaki teğeti, x ekseniyle pozitif yönde 135° lik açı yaptığına göre m kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

10. (a, b) aralığındaki her x değeri için birinci türevi pozitif olan bir fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisi <u>olabilir</u>?



11. $f(x) = mx^3 + 4x^2 + nx + k$

fonksiyonunun x = 1 de dönüm noktası olduğuna göre, m kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{3}$

12. f: R → R her noktada türevli bir fonksiyon ve f′(4) = 2 olmak üzere,

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(4-h) - f(4+4h)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

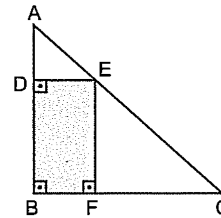
A) –15 B) –12 C) –10 D) –9 E) –8

13. $f(x) = 2x^2 - 9x + 1$

parabolünün üzerinde koordinatları toplamı <u>minimum</u> olan noktanın apsisi kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

14.



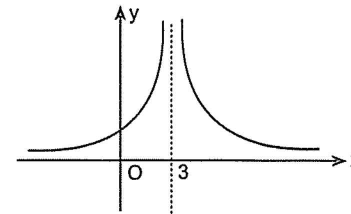
|AB| = 6 cm

|BC| = 8 cm

ABC dik üçgeni içine yerleştirilen BFED dikdörtgeninin alanının <u>en büyük</u> değeri kaç cm² dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

15.



Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

A) $y = \frac{1}{x-3}$ B) $y = \frac{-1}{x-3}$

C) $y = \frac{-1}{(x-3)^2}$ D) $y = \frac{1}{(x-3)^2}$

E) $y = \frac{x^2}{(x-3)^2}$

16. $f(x) = x^2 + mx + n$ parabolüne üzerindeki A(2, 4) noktasından çizilen teğetin eğimi 6 olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

1 C 2 A 3 A 4 B 5 E 6 D 7 D 8 A 9 C 10 E 11 C 12 C 13 D 14 C 15 D 16 B

KARMA TEST - 4

1. $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{x}$

olduğuna göre, f′(–1) kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $f(x) = 2x^4 - 7$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde <u>daima</u> azalandır?

A) (–2, ∞) B) (1, ∞) C) (0, ∞) D) (–∞, 3) E) (–∞, 0)

3. $f(x) = \ln(2x - 3)$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(0)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

4. $f(x) = x^3 + ax^2 + x - b$

fonksiyonunun A(–1, 2) noktasında ekstremumu olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. Aşağıdaki aralıkların hangisinde

$f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 1$

fonksiyonu konvekstir?

A) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ B) $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$ C) $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$

D) (2, ∞) E) (–1, 0)

6. $y = \arccos x - \arcsin x$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ C) $-\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

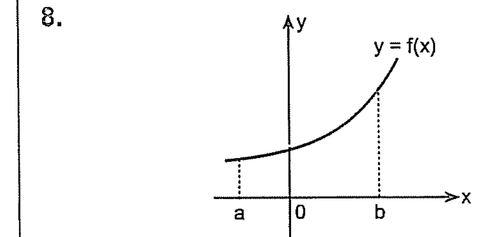
D) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ E) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

7. $\lim_{x \to \infty} x^2 \cdot \sin^2\left(\frac{4}{x}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

8.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. f(x), (a, b) aralığında artandır.

II. f(x) in birinci türevi (a, b) aralığında negatiftir.

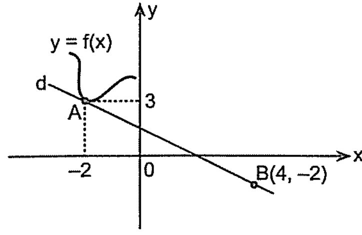
III. f(x) in (a, b) aralığında çizilen bütün teğetlerinin eğim açıları dar açıdır.

Yukarıdaki yargılardan hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) I, II ve III

karekök

9.



Yukarıdaki grafikte d doğrusu, y = f(x) eğrisine A(–2, 3) noktasında teğettir.

B(4, –2) noktası d doğrusunun üzerinde olduğuna göre, f'(–2) değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{5}{6}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

10. $\lim_{x\to 0} \frac{4x-1+\cos x}{4\sin x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. **$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$ fonksiyonu için,**

I. x = –4 yerel maksimum noktasının apsisidir.
II. x = 2 yerel minimum noktasının apsisidir.
III. Ekstremum değerleri toplamı 52 dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

12. $f(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 2$

eğrisinin dönüm noktası (–1, 7) olduğuna göre, b kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

13. **f: R → R her noktada türevli bir fonksiyon, f(1) = 1 ve f'(1) = 2 olmak üzere,**

$$\lim_{x\to 3} \frac{f(x-2)-f^2(2x-5)}{x-3}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –9 B) –8 C) –7 D) –6 E) –5

14. $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+ax-4$

fonksiyonunun, x = 1 apsisli noktada yerel minimum değeri olduğuna göre, yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

15. **Yarıçapı $5\sqrt{2}$ cm olan bir çember içine çizilen bir dikdörtgenin alanı <u>en çok</u> kaç cm^2 dir?**

A) 25 B) 30 C) 50 D) 100 E) 125

16. **x > 0 olmak üzere,**

$$y=\frac{25}{x}$$

eğrisinin orijine <u>en yakın</u> noktasının apsisi kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 10 E) 15

karekök

1 B 2 E 3 C 4 A 5 D 6 C 7 E 8 D 9 C 10 B 11 E 12 C 13 D 14 D 15 D 16 C

KARMA TEST - 5

1. $y = 4x^3 - 12x^2 - 10$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin x = 1 için değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = 2x^3 + x\cdot|x| - 4$

olduğuna göre, f'(–2) + f(–2) toplamı kaçtır?

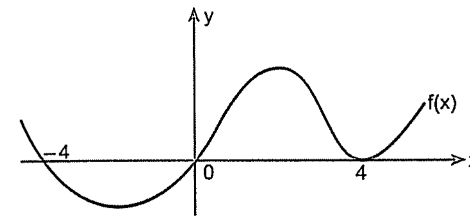
A) –6 B) –5 C) –4 D) 2 E) 4

3. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x+1}{2-y}$ B) $\frac{x-1}{y+2}$ C) $\frac{x-1}{y-2}$ D) $\frac{x}{y-2}$ E) $\frac{x-1}{2-y}$

4.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunun dönüm noktalarından biri orijin olduğuna göre,

I. 3 tane dönüm noktası vardır.
II. (–4, 0) aralığında konvekstir.
III. (0, 4) aralığında konkavdır.

yargılarından hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

5. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - mx + 1$

eğrisinin dönüm noktasının ordinatı 4 olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\lim_{x\to 2^+} \frac{1-\cos\sqrt{x-2}}{x-2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. f(2) = 4

$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-4}{x-2} = 6$

$g(x) = (x^2 + 4x + 1)\cdot f(x)$

olduğuna göre, g'(2) değeri kaçtır?

A) 110 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

8. **Çevresi 24 cm olan bir dikdörtgenin alanı <u>en çok</u> kaç cm^2 dir?**

A) 25 B) 30 C) 36 D) 49 E) 64

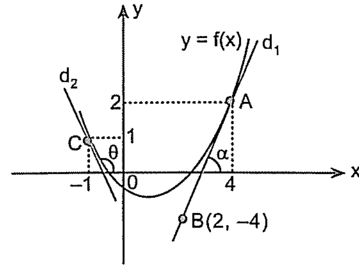
9. $\lim_{x\to\pi} \frac{\sin^2 x}{3(x-\pi)^2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) 0 E) $\frac{1}{3}$

karekök

10.

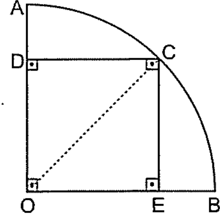


Yukarıdaki grafikte d_1 ve d_2 doğruları y = f(x) fonksiyonuna sırasıyla A(4, 2) ve C(–1, 1) noktalarında teğettir. B(2, –4) noktası d_1 doğrusunun üzerindedir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\tan\alpha = 3$
B) $\tan\theta < 0$
C) $f'(-1) < 0 < f'(4)$
D) $m_{d_2} < 0 < m_{d_1}$
E) $f'(4) = 4$

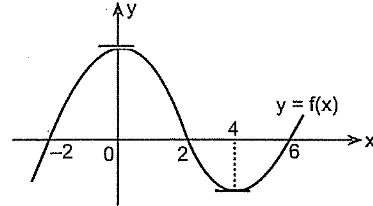
11.



Şekilde O merkezli r yarıçaplı çeyrek çember içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanının r türünden değeri nedir?

A) $\frac{r}{\sqrt{2}}$
B) $\frac{r}{2\sqrt{2}}$
C) $\frac{r^2}{4}$
D) $\frac{r^2}{2}$
E) r^2

12.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f(x) fonksiyonu (–2, 0) aralığında artandır.
B) $f'(-1) > 0$
C) $f(2) = 0$
D) $f'(4) = 0$
E) f(x) fonksiyonu (4, 6) aralığında azalandır.

13. Maliyeti x TL olan bir malın satış fiyatı y TL dir.

$$y = -x^2 + 7x + 10$$

olduğuna göre, x in hangi değeri için kâr maksimum olur?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

14. $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

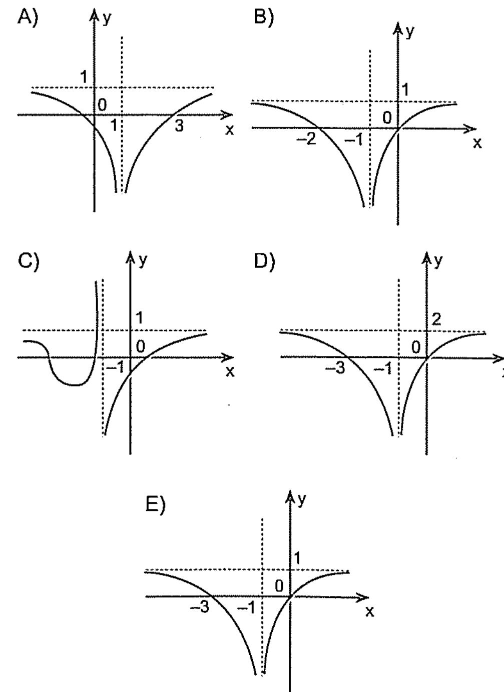
fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

A) 4
B) $\frac{13}{3}$
C) $\frac{16}{3}$
D) 7
E) 8

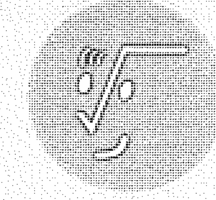
karekök

15. $y = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 1}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1 A 2 E 3 A 4 E 5 E 6 D 7 A 8 C 9 E 10 E 11 D 12 E 13 C 14 C 15 E



İDEAL SINAV

TÜREV

Adı:
Soyadı:
Tarih: / /

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 20 dk.

1. $\frac{d}{dx}(\ln(\sin x))$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Cevap: ☐

2. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 4$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

Cevap: ☐

3. $f(x) = x^2 - 6x$

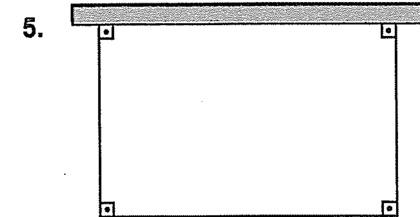
olduğuna göre, $\lim_{h \to 0} \frac{f(4+2h) - f(4)}{2h}$ limitinin değerini bulunuz.

Cevap: ☐

4. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 6$

fonksiyonunun x = 1 de yerel ekstremum ve x = 2 de dönüm noktası olduğuna göre, a + b toplamını bulunuz.

Cevap: ☐

5. 

Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve bir kenarında duvar bulunan bir bahçenin üç kenarına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 48 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m^2 olabilir?

Cevap: ☐

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $f(x) = e^{-x} \cdot \frac{d}{dx}(e^x \cdot \cos x)$

olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?

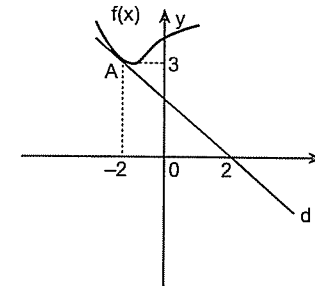
A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. **$f(x) = x^2 - 3x + 4$ olduğuna göre,**

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. 

Şekildeki d doğrusu, f(x) fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

$g(x) = x \cdot f(x)$

olduğuna göre, $g'(-2)$ kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

4. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) (–1, 0) B) (1, 2) C) (1, ∞) D) (–∞, 0) E) (0, 1)

5. $f(x) = x^2 - 3x + 11$

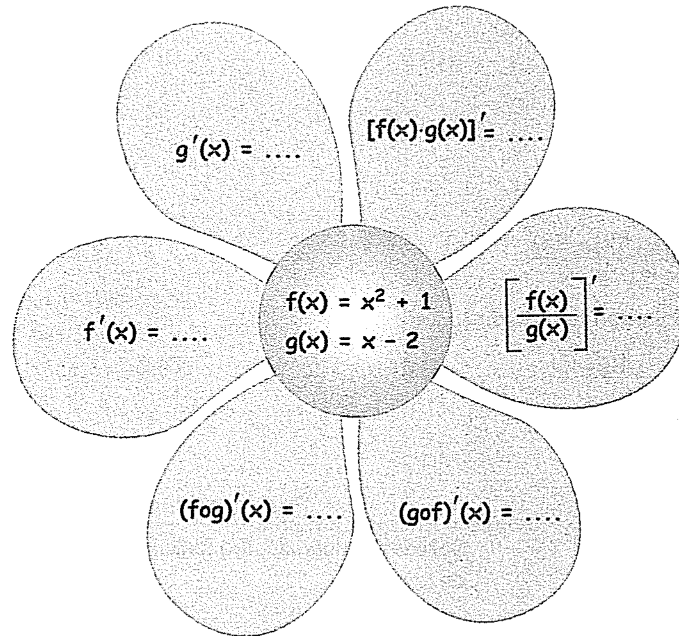
parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. Aşağıda çizilen papatyanın yapraklarındaki türevleri ortadaki fonksiyonlara göre x = 1 için bulunuz.



2. Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini karşısındaki kutulara yazınız.

Fonksiyon (f(x))	Türevi (f'(x))
$f(x) = 3x^2$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = t^2$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = 4$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = 6x^{-2}$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = \frac{5}{x^3}$	$f'(x) =$ ....

Fonksiyon (f(x))	Türevi (f'(x))
$f(x) = \cos 2x$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = \sin 3x$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = \cos(2x + 1)$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = \sin(3x^2 + 4)$	$f'(x) =$ ....
$f(x) = \cos^2 x$	$f'(x) =$ ....

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını karşılarındaki parçalarda bulup eşleştiriniz.

Önerilen süre: 15 dk.

1. $f(2x - 3) = x^2 + 4x + 5$ ise, $f'(1)$ in değeri

2. $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ ise, $f'(\frac{3\pi}{4})$ ün değeri

3. $y = e^{3x}$ ise, $\frac{d^5y}{dx^5}$ in x = 0 için değeri

4. $f(x) = \ln 2^{\tan x}$ ise, $f'(\frac{\pi}{4})$ ün değeri

- 243
- 4
- 2ln2
- 2

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Önerilen süre: 10 dk.

Aşağıda verilen önermelerden doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. Sabit fonksiyonun türevi kendisidir.	☐	☐
2. Eğrinin eğimi her noktada aynıdır.	☐	☐
3. Fonksiyonun bir noktasındaki türevi, o noktada teğet olan doğrunun eğimidir.	☐	☐
4. Bir fonksiyon sürekli olmadığı noktalarda türevli değildir.	☐	☐

ÇÖZÜMLER

A) Kapalı uçlu soruların cevapları

1. $\dfrac{d}{dx}(\ln(\sin x)) = \dfrac{(\sin x)'}{\sin x} = \dfrac{\cos x}{\sin x} = \cot x$ dir.

2. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$ tir.

$f'(-1) = 3\cdot(-1)^2 - 4\cdot(-1) + 5 = 12$ bulunur.

3. $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(4+2h) - f(4)}{2h} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L' Hopital kuralını uygulayalım.

$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(f(4+2h) - f(4))'}{(2h)'} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{2f'(4+2h) - 0}{2}$

$= \dfrac{2f'(4)}{2}$

$= f'(4)$ tür.

$f(x) = x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 2x - 6$

$f'(4) = 2\cdot 4 - 6 = 2$ bulunur.

4. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 6$ fonksiyonunun

$x = 1$ de yerel ekstremumu varsa $f'(1) = 0$ dır.

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

$f'(1) = 3 - 2a + b = 0 \Rightarrow 2a - b = 3$ tür.

$x = 2$ de dönüm noktası varsa $f''(2) = 0$ dır.

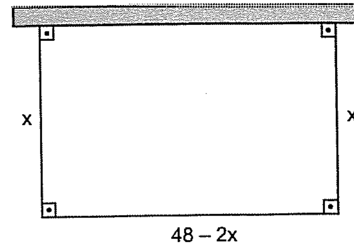
$f''(x) = 6x - 2a \Rightarrow f''(2) = 6\cdot 2 - 2a = 0$

$a = 6$

$2a - b = 3 \Rightarrow\ b = 9$ dur.

$a + b = 15$ bulunur.

5.



$\text{Alan} = A(x) = x\cdot(48 - 2x) = 48x - 2x^2$

Alanın en büyük olması için $A'(x) = 0$ olmalıdır.

$A'(x) = 0 \Rightarrow 48 - 4x = 0$

$x = 12$

$\text{Alan} = A(12) = 48\cdot 12 - 2\cdot 12^2$

$= 288\ m^2$ bulunur.

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. B 2. E 3. C 4. E 5. A

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. $f(1) = 1^2 + 1 = 2$

$g(1) = 1 - 2 = -1$

* $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$
* $g'(x) = 1 \Rightarrow g'(1) = 1$
* $[(f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + g'(x)\cdot f(x)$

$(x = 1 \text{ için})\ = 2\cdot(-1) + 1\cdot 2 = 0$ dır.

* $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{f'(x)\cdot g(x) - g'(x)\cdot f(x)}{g^2(x)}$

$(x = 1 \text{ için})\ = \dfrac{2\cdot(-1) - 1\cdot 2}{1} = -4$ tür.

* $(gof)(x) = g(f(x))$

$(gof)'(x) = g'(f(x))\cdot f'(x)$

$= 1\cdot 2x$

$(gof)'(1) = 2\cdot 1 = 2$ dir.

* $(fog)(x) = f(g(x))$

$(fog)'(x) = f'(g(x))\cdot g'(x)$

$= 2\cdot(x - 2)\cdot 1$

$(fog)'(1) = 2\cdot(1 - 2) = -2$

2.

Fonksiyon (f(x))	Türevi (f'(x))
$f(x) = 3x^2$	$f'(x) = 6x$
$f(x) = t^2$	$f'(x) = 0.$
$f(x) = 4$	$f'(x) = 0$
$f(x) = 6x^{-2}$	$f'(x) = -12x^{-3}$
$f(x) = \dfrac{5}{x^3}$	$f'(x) = -15x^{-4}$

Fonksiyon (f(x))	Türevi (f'(x))
$f(x) = \cos 2x$	$f'(x) = -2\sin 2x$
$f(x) = \sin 3x$	$f'(x) = 3\cos 3x$
$f(x) = \cos(2x + 1)$	$f'(x) = -2\sin(2x + 1)$
$f(x) = \sin(3x^2 + 4)$	$f'(x) = 6x\cdot\cos(3x^2 + 4)$
$f(x) = \cos^2 x$	$f'(x) = -2\cos x\cdot\sin x$

D) Doğru cevap ile eşleştirme

① $f(2x - 3) = x^2 + 4x + 5$ ise, $f'(1)$ in değeri

② $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ ise, $f'(\frac{3\pi}{4})$ ün değeri

③ $y = e^{3x}$ ise, $\dfrac{d^5y}{dx^5}$ in $x = 0$ için değeri

④ $f(x) = \ln 2^{\tan x}$ ise, $f'(\frac{\pi}{4})$ ün değeri

243

4

2ln2

2

E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

1) Doğru ☐ Yanlış ✓

2) Doğru ☐ Yanlış ✓

3) Doğru ✓ Yanlış ☐

4) Doğru ✓ Yanlış ☐

karekök

TÜREV ALMA KURALLARI

u ve v fonksiyonları ile bunların çarpım ve bölümleri türevlenebilir fonksiyonlar olsun.

üstel

$$\frac{d}{dx}a^{u}=a^{u}.u'.\ln a$$

$$\frac{d}{dx}e^{u}=e^{u}.u'$$

logaritmik

$$\frac{d}{dx}\log_{a}u=\frac{u'}{u}.\log_{a}e$$

$$\frac{d}{dx}\ln u=\frac{u'}{u}$$

Polinom

$$\frac{d}{dx}u^{n}=n.u^{n-1}.u'$$

çarpım ve bölüm

$$\frac{d}{dx}(u.v)=u'.v+v'.u$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{u'.v-v'.u}{v^{2}}$$

parametrik ve zincir

$$\frac{du}{dv}=\frac{du}{dx}:\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{du}{dt}=\frac{du}{dx}.\frac{dx}{dt},\quad x=f(t)$$

F(x, y) = 0 kapalı fonksiyon

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'_{x}}{F'_{y}}$$

trigonometrik

$$\frac{d}{dx}\sin u=u'.\cos u$$

$$\frac{d}{dx}\cos u=-u'.\sin u$$

$$\frac{d}{dx}\tan u=u'.\sec^{2}u$$

$$\frac{d}{dx}\cot u=-u'.\csc^{2}u$$

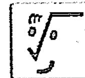
ters trigonometrik

$$\frac{d}{dx}\arcsin u=\frac{u'}{\sqrt{1-u^{2}}}$$

$$\frac{d}{dx}\arccos u=-\frac{u'}{\sqrt{1-u^{2}}}$$

$$\frac{d}{dx}\arctan u=\frac{u'}{1+u^{2}}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arccot}u=-\frac{u'}{1+u^{2}}$$



KAREKÖK